

# Capítulo 1

## Locomoción en 2D

“La frase más excitante que se puede oír en ciencia, la que anuncia nuevos descubrimientos, no es ’¡Eureka!’ sino ’Es extraño...’.”  
– Isaac Asimov

### 1.1. Introducción

En este capítulo estudiamos la locomoción de los robots ápodos del grupo cabeceo-viraje cuando se utiliza como controlador el modelo de osciladores sinusoidales presentado en el apartado ??.

Comenzamos planteando el problema de la locomoción en 2D y proponemos una metodología para resolverlo junto a la cinemática directa e inversa, desde un punto de vista general. A continuación describimos los 8 modos de caminar que se han encontrado y resumimos las restricciones que los caracterizan. Seguidamente estudiamos en detalle cada uno de los modos de caminar, analizando primero el modelo continuo y luego el discreto. Aplicamos todo lo anterior a un caso de estudio de un robot de 8 módulos que será el usado en el capítulo de experimentos para confirmar la validez de los modelos. Finalmente resumimos las ideas más importantes en 11 principios de locomoción.

### 1.2. Problema de la locomoción en 2D

#### 1.2.1. Planteamiento

El objetivo es resolver el **problema de la coordinación** para lograr que los robots ápodos puedan desplazarse por una superficie bidimensional, homogénea y sin obstáculos, utilizando el modelo de osciladores sinusoidales presentado en el apartado ??.

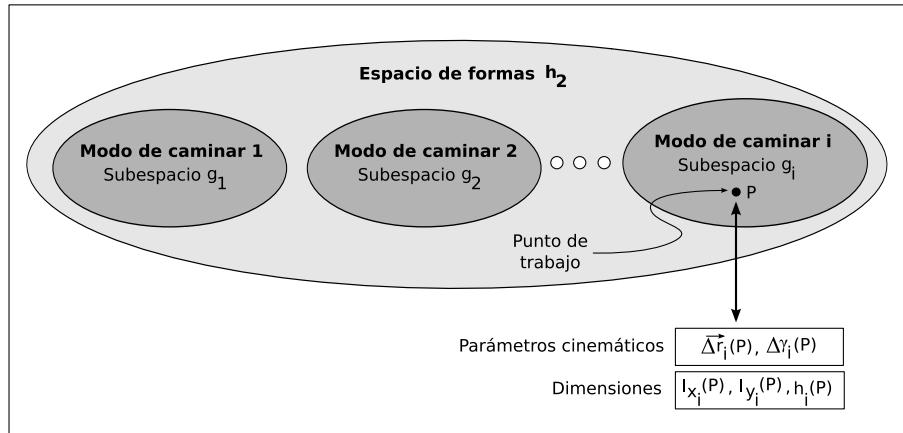


Figura 1.1: Esquema del planteamiento del problema de la locomoción en 2D

El estudio lo haremos de forma generalizada para que sea aplicable a cualquier robot árido de  $M$  articulaciones, con  $M$  mayor que un determinado número mínimo. Los modelamos como curvas tridimensionales continuas que varían su forma con la fase, que denominamos ondas corporales. Éstas aparecen como superposición de las dos ondas que se aplican a las articulaciones verticales y horizontales. Por tanto, estará caracterizada por los parámetros del espacio de formas  $h_2$ , de dimensión igual a 5. Son  $\alpha_v$ ,  $\alpha_h$ ,  $k_v$ ,  $k_h$  y  $\Delta\phi_{vh}$  (ver apartado ??). Cada punto de  $h_2$  representa una onda corporal diferente que se propaga al variar la fase  $\phi$ . De todas ellas, sólo algunas serán válidas y harán que el robot se desplace.

### 1.2.2. Esquema

El esquema propuesto para abordar el problema es el mostrado en la figura 1.1. Cada modo de caminar del robot está asociado a un subespacio  $g_i$  de  $h_2$ , que tendrá una dimensión menor o igual a 5 que denominamos **grados de libertad** del movimiento. Los subespacio  $g_i$  están caracterizados por sus ecuaciones paramétricas que establecen relaciones entre sus parámetros y restringen sus dimensiones, determinando los grados de libertad.

En todos los puntos de trabajo  $p \in g_i$  el robot se moverá usando el mismo modo de caminar  $i$ . Las dimensiones de las ondas y los parámetros cinemáticos del robot dependerán del punto escogido. Usaremos la notación  $l_{x_i}(p)$ ,  $l_{y_i}(p)$ ,  $h_i(p)$  para especificar las dimensiones de la onda corporal y  $\vec{\Delta r}_i(p)$ ,  $\vec{\Delta \gamma}_i(p)$  para los parámetros cinemáticos (Variación del vector de posición y de su orientación en un ciclo). Cada modo de caminar  $i$  tiene su propio subespacio  $g_i$  y sus propias ecuaciones.

Para ilustrar estos conceptos tomaremos como ejemplo el desplazamiento en línea recta, que se estudió en el capítulo ?.?. Está asociado al subespacio  $g_i$ . Se caracteriza por la restricción de que no existen ondas horizontales por lo que  $\alpha_h = 0$ . Los parámetros  $k_h$  y  $\Delta\phi_{vh}$  no se usan en este movimiento por lo que los podemos igual también a cero. Su dimensión es, por tanto, igual a 2 por lo que tiene

dos grados de libertad. Los puntos de  $g_i$  serán de la forma  $(\alpha, k)$ , donde  $\alpha$  es el ángulo de serpenteo de la onda vertical y  $k$  su número de ondulaciones.

### 1.2.3. Metodología empleada

La metodología empleada para la solución del problema de la locomoción en 2D se resumen en los siguientes pasos:

1. Encontrar los modos de caminar
2. Caracterizar los subespacios  $g_i$  asociados a los modos de caminar encontrados.
3. Validar los resultados en simulación y con robots reales.
4. Obtener las ecuaciones de las dimensiones  $l_{x_i}(p)$ ,  $l_{y_i}(p)$ ,  $h_i(p)$  para cada subespacio  $g_i$
5. Obtener las ecuaciones de los parámetros cinemáticos  $\vec{\Delta r}_i(p)$  y  $\Delta \gamma_i(p)$  para cada subespacio  $g_i$
6. Resolver los problemas de la cinemática directa e inversa, como se propone en el apartado 1.2.4.

#### 1.2.3.1. Búsqueda de los modos de caminar

Lo que se quiere es explorar el espacio de control para encontrar diferentes variedades de movimiento. Para ello hay que emplear técnicas de búsqueda. La solución adoptada en esta tesis ha sido la de utilizar **algoritmos genéticos**. La ventaja que ofrecen, frente a otras técnicas como el *simulated annealing*, es que se obtiene como resultado una población de individuos, y en ella se pueden encontrar diferentes tipos de movimiento. No estamos buscando los movimientos más óptimos que minimicen una función de coste, sino detectar las familias de soluciones.

El espacio de búsqueda empleado es el  $H_2$ , de 5 dimensiones. Como función de evaluación se ha utilizado el paso, premiando a los individuos que se mueven con un paso mayor, en la dirección indicada. Todos los robots están situados inicialmente en reposo sobre el plano  $xy$ , coincidiendo su eje longitudinal con el eje  $x$ . Las funciones de evaluación empleadas han sido el paso en el eje  $x$  ( $\Delta x$ ), en el eje  $y$  ( $\Delta y$ ) y la rotación alrededor del eje  $z$  ( $\Delta \gamma$ ), para robots de longitud fija de 32 módulos. Se pueden encontrar más detalles en el apéndice ??.

Para la implementación se ha desarrollado un **simulador** (apartado ??), basado en el motor físico ODE (*Open Dynamics Engine*). Las funciones de evaluación toman la posición inicial del centro de masas del robot (posición angular o lineal), esperan a que transcurran dos ciclos de simulación, se obtiene la posición final y se calcula el vector desplazamiento (o angular en caso de rotación). Para

asegurarse que el robot está en una situación estable, de régimen permanente, los dos primeros ciclos se descartan, empezándose a medir a partir del tercero. Se premia a los robots que durante los dos siguientes ciclos tengan un paso mayor. La frecuencia de los osciladores está fijada a un valor igual para todos los individuos.

Así por ejemplo, para encontrar los diferentes modos de caminar en la dirección del eje y, se calcula el paso  $\Delta y$  y se premiará a los individuos que más se desplacen en esa dirección. En la población final aparecen varias familias de individuos con diferentes movimientos. Unos con desplazamiento lateral (*side-winding*), otros con desplazamiento lateral inclinado y otros que ruedan.

Para otros tipos de movimiento, como el desplazamiento en trayectoria circular, se han realizado tanteos. Partiendo del movimiento en línea recta, cuyos parámetros se conocen, se evalúa si el mismo movimiento es viable cuando se cambia el ángulo de las articulaciones horizontales.

#### **1.2.3.2. Caracterización de los subespacios**

Una vez encontrados los modos de caminar candidatos se transforman al espacio de formas  $h_2$  y se buscan las restricciones que cumplen sus parámetros para que el movimiento se pueda realizar. Para algunos movimientos estas relaciones no son obvias, como por ejemplo en el caso del desplazamiento lateral inclinado. Hay que combinar las observaciones con el modelo matemático de la onda para obtener conclusiones.

Al final de este paso se tienen las ecuaciones parámetricas que caracterizan al subespacio.

#### **1.2.3.3. Validación**

Los subespacios  $g_i$  obtenidos se validan mediante la simulación y se prueban en robots reales. Hay que comprobar que son válidas para robots de diferentes número de módulos (y no sólo para 32 que es el valor empleado en las búsquedas) y que al variar el punto de trabajo el movimiento sigue siendo del mismo tipo pero con otras dimensiones y parámetros cinemáticos. Si no se cumplen estos criterios, el movimiento se descarta. Con ello nos aseguramos que el subespacio realmente caracteriza a ese tipo de movimiento, con independencia del número de módulos y del punto de trabajo escogido.

#### **1.2.3.4. Obtención de las ecuaciones**

Finalmente se obtienen las ecuaciones para el cálculo de las dimensiones y los parámetros cinemáticos de cada uno de los modos de caminar. Las dimensiones de la onda tridimensional se calculan a partir del modelo matemático o bien mediante aproximaciones como la de la onda plana (apartado 1.3.4).

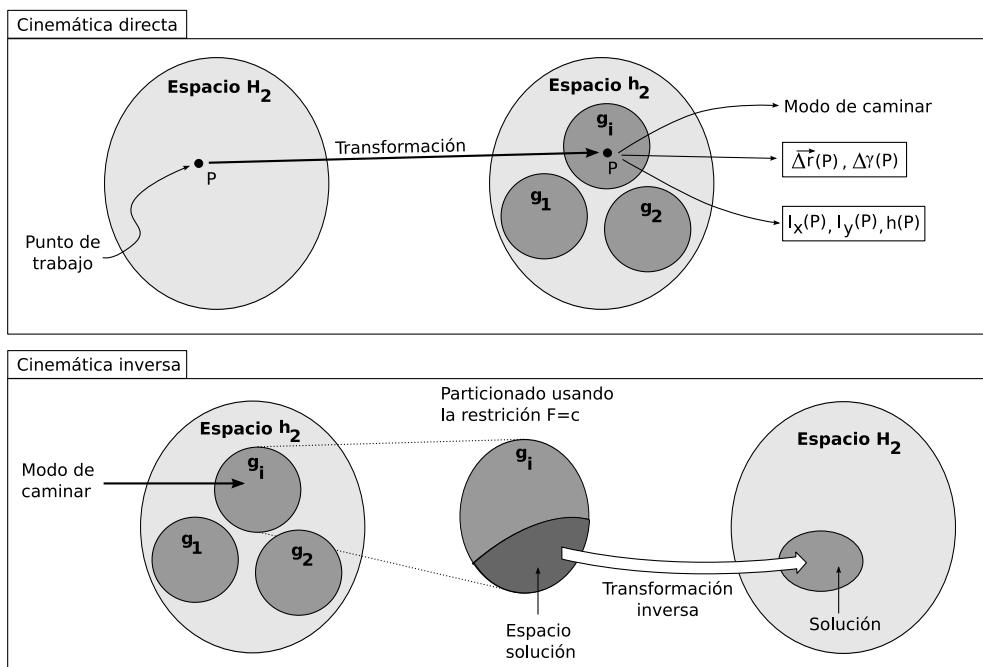


Figura 1.2: Planteamiento de la cinemática directa e inversa para los robots del grupo cabeceo-viraje

El cálculo de los parámetros cinemáticos depende del modo de caminar. Las ecuaciones se pueden obtener mediante métodos geométricos, como se hizo en el apartado ?? al calcular el paso de la locomoción en línea recta o bien derivarlos a partir del estudio de su dinámica.

#### 1.2.4. Cinemática

Se proponen los pasos genéricos que hay que realizar para resolver los problemas de la cinemática directa e inversa. Se parte de que se conocen las ecuaciones de caracterización de los subespacios  $g_i$  y las ecuaciones de las dimensiones y de los parámetros cinemáticos para cada uno de ellos. El esquema se muestra gráficamente en la figura 1.2.

En el capítulo ?? se estudió detalladamente cómo resolver la cinemática para el subespacio asociado al modo de caminar en línea recta. En este apartado presentamos los pasos de una manera general, haciendo abstracción de los grados de libertad del movimiento.

##### 1.2.4.1. Cinemática Directa

**Enunciado** Dado un punto  $P$  del espacio de control  $H_2$  que determina los parámetros de los generadores sinusoidales ( $A_v, A_h, \Delta\phi_v, \Delta\phi_h, \Delta\phi_{vh}$ ) determinar el tipo de movimiento, sus parámetros cinemáticos y sus dimensiones

Denominaremos espacio  $g$  a la unión de todos los subespacios  $g_i$ . Los pasos a seguir son:

1. Transformar el punto  $P$  del espacio de control al espacio de formas (punto  $p$ ), usando las ecuaciones ?? y ??.
2. Si  $p$  NO está en  $g$  se trata de un punto inválido. Esos valores de los parámetros son incorrectos y no hacen que se mueva en ninguno de los modos de caminar previstos.
3. Si  $p$  pertenece a  $g$  será un punto válido. Determinar el subespacio  $g_i$  al que pertenece, comprobando si cumple las ecuaciones que lo caracterizan. Con ello conoceremos el tipo de movimiento que realizará el robot.
4. Aplicar las ecuaciones de las dimensiones  $l_{x_i}(p)$ ,  $l_{y_i}(p)$ ,  $h_i(p)$  y de los parámetros cinemáticos  $\overrightarrow{\Delta r_i}(p)$  y  $\Delta\gamma_i(p)$ .

#### 1.2.4.2. Cinemática inversa

**Enunciado:** Dadas unas restricciones en los parámetros cinemáticos y/o en las dimensiones del robot, y conocido el modo de caminar, encontrar los parámetros de los generadores que hay que aplicar.

Los pasos generales son los siguientes (figura 1.2):

1. Obtener el espacio  $g_i$  asociado al modo de caminar
2. Aplicar las restricciones y particionar el subespacio  $g_i$ . Denominaremos a  $s$  el espacio solución.
3. Realizar la transformada inversa del espacio solución  $s$ , con lo que obtenemos el subespacio  $S$  dentro del espacio de control  $H_2$ , que es la solución del problema.

### 1.3. Modos de caminar

#### 1.3.1. Soluciones encontradas

Se han encontrado en total **8 modos de caminar diferentes**, agrupados en las siguientes cinco categorías: movimiento en línea recta, trayectoria circular, rodar, desplazamiento lateral y rotación (figura 1.3). El desplazamiento lateral se puede realizar de tres maneras: normal, inclinado y de tipo remero. Hay dos rotaciones, en “S” y en “U”, según la forma que adopte el robot durante el movimiento.

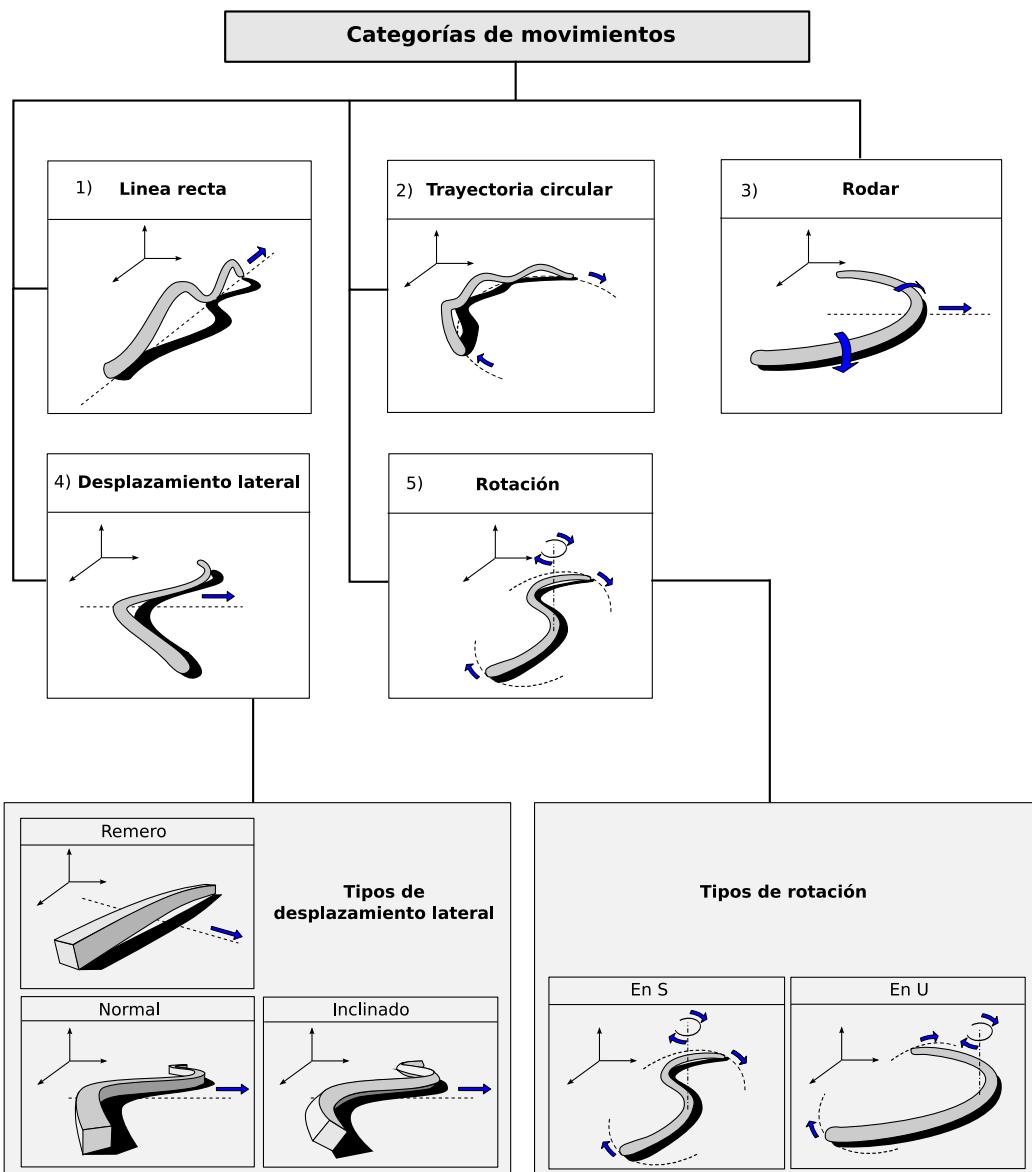


Figura 1.3: Tipos de modo de caminar de los robots del grupo cabeceo-viraje

De todos los movimientos encontrados, **tres de ellos son nuevos y no han sido previamente estudiados ni implementados por otros investigadores**, a nuestro leal saber. Son los movimientos de desplazamiento lateral inclinado y los dos tipos de rotaciones.

El **desplazamiento en línea recta** se ha estudiado ampliamente en el capítulo ?? para las configuraciones de tipo cabeceo-cabeceo. Los robots del grupo cabeceo-viraje son equivalentes a los primeros cuando las articulaciones horizontales permanecen en sus posiciones de reposo. Todos los principios ya estudiados se aplican directamente. Para los cálculos sólo hay que tener en cuenta que los bloques tienen unos parámetros  $d$  y  $d_0$  diferentes (apartado 1.4).

El **desplazamiento en trayectoria circular** permite al robot realizar giros de un determinado radio. El mecanismo de movimiento es similar al de la locomoción en línea recta pero el ángulo de doblaje de las articulaciones horizontales permanece fijado a un valor constante y distinto de cero por lo que adoptan una forma de arco circular (apartado 1.5).

El **movimiento de rodar** hace que todos los módulos roten alrededor del eje corporal desplazando el robot en la dirección perpendicular al eje longitudinal (apartado 1.6). El robot adopta forma de “U” y rueda. Este modo de caminar es muy útil para recuperar la orientación original del robot en caso de volcar. Por ejemplo, si lleva una cámara en la cabeza y vuelca, conseguirá tener la orientación correcta rodando.

Con el **desplazamiento lateral** el robot se mueve hacia uno de sus lados manteniendo paralelo su eje longitudinal (apartado 1.7). Engloba tres modos de caminar. Uno, el **principal**, en el que el robot se desplaza lateralmente ondulando el cuerpo. Es similar al movimiento que hacen algunos tipos de serpiente al desplazarse por la arena, conocido en inglés por el término *side-winding*. El segundo es la versión **inclinada**. Se trata del mismo movimiento, pero en el que los módulos están rotados un ángulo con respecto a su eje corporal (apartado 1.7.8). El tercero es el de tipo “**remero**” en el que el robot adopta una forma en “U” ligeramente curvada y los extremos realizan círculos. Se alternan los puntos de apoyo de los extremos y central para realizar el desplazamiento (apartado 1.7.9).

La última categoría la forman los dos **movimientos de rotación**, que permiten al robot cambiar la orientación de su eje longitudinal. Una es la rotación en forma de “S” (apartado 1.8), similar al desplazamiento lateral principal pero rotando en vez de desplazarse. En el otro el cuerpo adopta alternativamente las formas de “U” y “U” invertida (apartado 1.8.7).

### 1.3.2. Clasificación según las ondas

Los diferentes modos de caminar se generan mediante la superposición de las ondas aplicadas en las articulaciones verticales y las horizontales. Son de dos tipos: serpentoides o circulares. En la figura 1.4 se muestran los distintos modos de caminar en función de las ondas empleadas en las articulaciones verticales y horizontales.

Articulaciones horizontales			
	Serpentinoide (S)	Circular (C)	Reposo (R)
Articulaciones horizontales	Onda SS: Serpentinoide 3D ● Desplazamiento lateral normal ● Desplazamiento lateral inclinado ● Rotación en S	Onda SC ● Rotación en U ● Trayectoria circular	Onda SR ● Línea recta
Circular (C)		Onda CC: Circular 3D ● Rodar ● Remero	

Figura 1.4: Clasificación de los modos de caminar según las ondas empleadas en las articulaciones verticales y horizontales

La onda tridimensional la denotaremos mediante la unión de dos letras, que se corresponden con los tipos de ondas bidimensionales usadas. En total tendremos cuatro tipos de ondas: SS, SC, SR y CC.

### 1.3.3. Caracterización de los subespacios $g_i$

Los modos de caminar encontrados junto con las restricciones de sus subespacios  $g_i$  asociados, los parámetros, el tipo de onda y los grados de libertad se han resumido en la figura 1.5.

En todos los tipos de movimiento la onda tridimensional está **aplanada**, bien porque se cumple que el parámetro  $\alpha_v$  es mucho mayor que el  $\alpha_h$  o bien porque la propia onda es plana de por sí. Por ello, la forma del robot se aproxima por una onda bidimensional situada sobre el plano  $xy$  que en general necesita de dos parámetros para su descripción:  $\alpha$  (que es el ángulo de serpenteo o el ángulo del arco) y el número de ondulaciones  $k$ . Las dimensiones de esta onda se aproximan por las de la onda horizontal, que es conocida. Será una onda serpentinoide o circular.

Los movimientos de desplazamiento lateral normal, en línea recta y los dos tipos de rotaciones tienen dos grados de libertad, denotados por los parámetros  $\alpha$  y  $k$ . Según el tipo de movimiento, los parámetros indicarán una cosa u otra. En el caso del desplazamiento lateral normal,  $\alpha$  indica el ángulo de serpenteo de la onda horizontal, es decir, la forma que tiene el cuerpo del robot durante el desplazamiento y  $k$  es el número de ondulaciones horizontales. Es igual que en el caso de rotación en "S". Para la rotación en "U",  $\alpha$  es el ángulo del arco horizontal y  $k$  el número de ondulaciones verticales.

Los movimientos de rodar y del desplazamiento lateral de tipo remero tienen un único grado de libertad dado por  $\alpha$ , que representa el ángulo del arco que forma el cuerpo. Al tratarse de ondas circulares los parámetros  $k_v$  y  $k_h$  son cero.

Los movimientos con más grados de libertad son la trayectoria circular y el desplazamiento lateral inclinado. En el primero se necesitan el ángulo de serpenteo y el número de ondulaciones  $k$  para

Movimiento	Parámetros	Grados de libertad	Onda	Restricciones
Desplazamiento lateral normal	$(\alpha, k)$	2	SS	$\alpha_h \approx \alpha$ $k_h = k_v = k$ $\alpha_v = 0$ $ \Delta\Phi_{vh}  = 90^\circ$
Desplazamiento lateral inclinado	$(\alpha, k, \beta)$	3	SS	$\alpha_h = \alpha \cos \beta$ $\alpha_v = \alpha \sin \beta$ $k_h = k_v = k$ $ \Delta\Phi_{vh}  \rightarrow 0$
Rotación en S	$(\alpha, k)$	2	SS	$\alpha_h = \alpha$ $k_h = k$ $\Delta\Phi_{vh} = 0$ $\alpha_v = 0$ $k_v = 2k$
Rotación en U	$(\alpha, k)$	2	SC	$\alpha_h = \alpha$ $k_v = k$ $\alpha_v = 0$ $ \Delta\Phi_{vh}  = 90^\circ$
Trayectoria circular	$(\alpha_v, k_v, \alpha_h)$	3	SC	Curva circular
Línea recta	$(\alpha, k)$	2	SR	$\alpha_h = 0$
Rodar	$\alpha$	1	CC	$\alpha_v = \alpha_h = \alpha$ $ \Delta\Phi_{vh}  = 90^\circ$ $\alpha > \alpha_{min}$
Remero	$\alpha$	1	CC	$\alpha_v = \alpha_h = \alpha$ $ \Delta\Phi_{vh}  = 90^\circ$ $\alpha > \alpha_{min}$

Figura 1.5: Resumen de todos los movimientos con sus parámetros fundamentales, tipo de onda, grados de libertad y restricciones del subespacio de formas

la onda vertical, que al igual que en el caso del desplazamiento en una dimensión, determinan el paso y la forma del robot. Se necesita un tercer parámetro para especificar el ángulo del arco de la trayectoria. En el desplazamiento lateral inclinado, además de  $\alpha$  y  $k$  se necesita especificar el ángulo de inclinación.

### 1.3.4. Estabilidad

La estabilidad de cada uno de los movimientos se estudia en sus apartados correspondientes, sin embargo, existe un criterio que es válido para todos: **la aplicación de una onda plana**.

Si la componente que se aplica en las articulaciones verticales tienen un parámetro  $\alpha$  mucho más pequeño que el de las horizontales, entonces el centro de gravedad permanece muy cercano al suelo y el movimiento tenderá a ser estable con independencia del número de puntos de apoyo en el suelo.

Cuando se aplica una onda plana, la forma del robot se aproxima a la que tiene debido a sus articulaciones horizontales. Esto permite, además, calcular sus dimensiones a partir de la onda horizontal.

**Principio de la onda plana** *La estabilidad de todos los movimientos, en general, se consigue haciendo que el parámetro  $\alpha$  de la onda vertical sea muy pequeño en comparación con el de la horizontal. En ese caso, la onda tridimensional está "aplanada" y las dimensiones del robot se pueden aproximar por las de la onda horizontal.*

## 1.4. Locomoción en línea recta

### 1.4.1. Descripción

Los robots ápodos del grupo cabeceo-viraje se desplazan en línea recta de manera similar a los del grupo cabeceo-cabeceo. Para conseguir este movimiento, las articulaciones horizontales deben estar en sus posiciones de reposo, con sus ángulos de doblaje a cero ( $\phi_{hi} = 0$ ) y en las articulaciones verticales se aplica una onda serpentinoide.

Todas las ecuaciones, principios y metodologías presentadas en el capítulo ?? para los robots del grupo cabeceo-cabeceo son válidas también para los del grupo cabeceo-viraje. Para ello hay que considerar que estos robots están formados por  $M/2$  bloques del tipo cabeceo (apartado ??) y que los parámetros  $d_0$  y  $d$  son ahora  $L/2$  y  $2L$  respectivamente (ver tabla ??).

La diferencia entre ambos grupos está en la geometría. Los del grupo cabeceo-viraje no son simétricos con respecto a su centro geométrico ya que los bloques de tipo cabeceo no lo son. En ellos el brazo izquierdo tiene una longitud de  $L/2$  y el derecho de  $3L/2$ . En el grupo cabeceo-cabeceo ambos brazos tienen la misma longitud ( $L/2$ ).

### 1.4.2. Estabilidad

El criterio de estabilidad es el mismo que para los robots del grupo cabeceo-cabeceo. El movimiento será estáticamente estable si al menos existen dos ondulaciones ( $k_v \geq 2$ ). En la figura 1.6 se muestra la locomoción de un robot del grupo cabeceo-viraje de 20 módulos. Solo se han representado las articulaciones verticales. Los módulos horizontales se han dibujado de otro color. En todas las fases existen al menos dos puntos de apoyo por lo que la locomoción es estáticamente estable.

En la figura 1.7 se ha dibujado la locomoción de un robot de 16 módulos cuando  $k_v$  es menor que 2. El robot avanza, pero durante la transición entre las fases  $\phi = 0$  y  $\phi = -90$  hay un único punto de apoyo por lo que el robot se inclina hacia atrás.

El principio del mínimo número de módulos, en el caso de los robots del grupo cabeceo-viraje se tiene que verificar para las articulaciones verticales. El robot tendrá que tener al menos 5 módulos verticales. Por ello, estos robots tendrán que tener como mínimo 10 módulos (5 verticales + 5 horizontales).

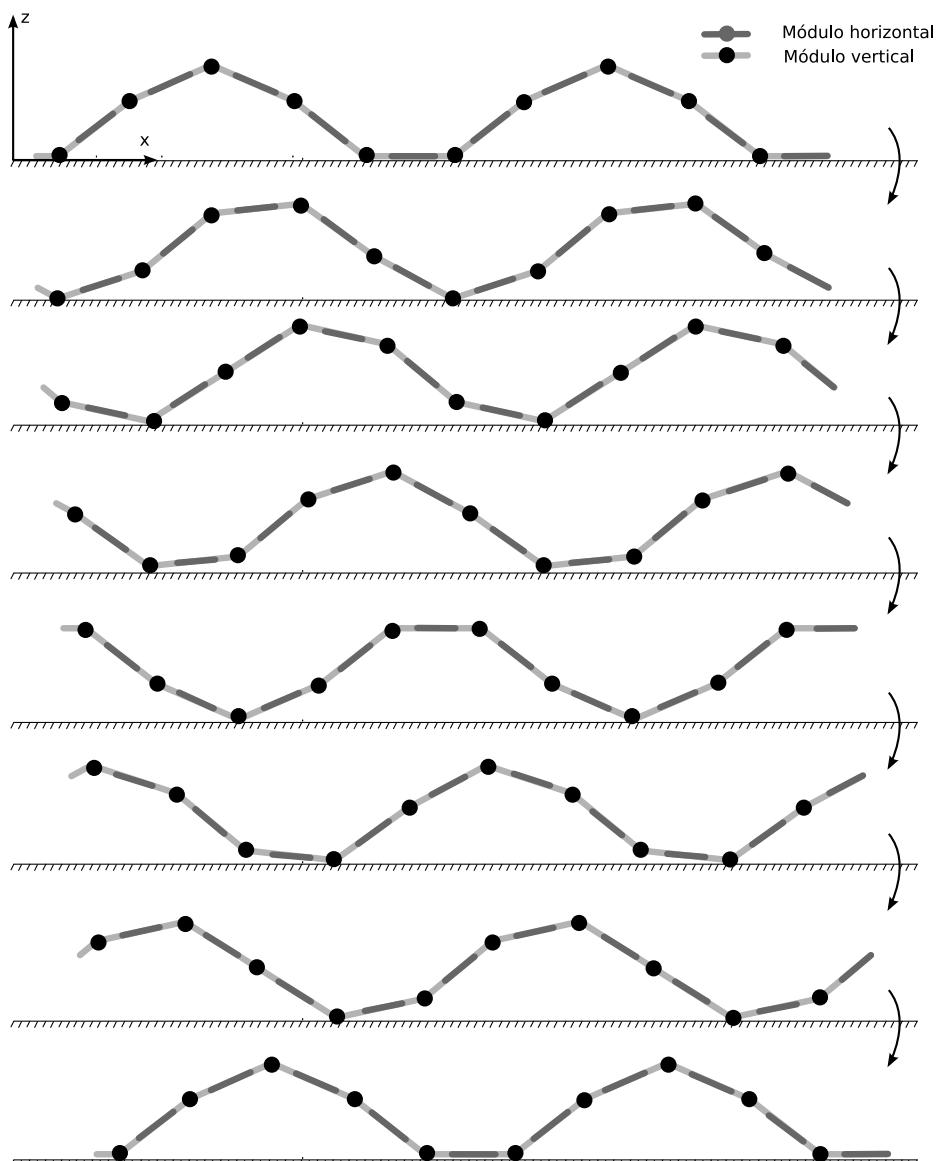


Figura 1.6: Locomoción estáticamente estable de un robot ápodo del grupo cabeceo-viraje de 20 módulos

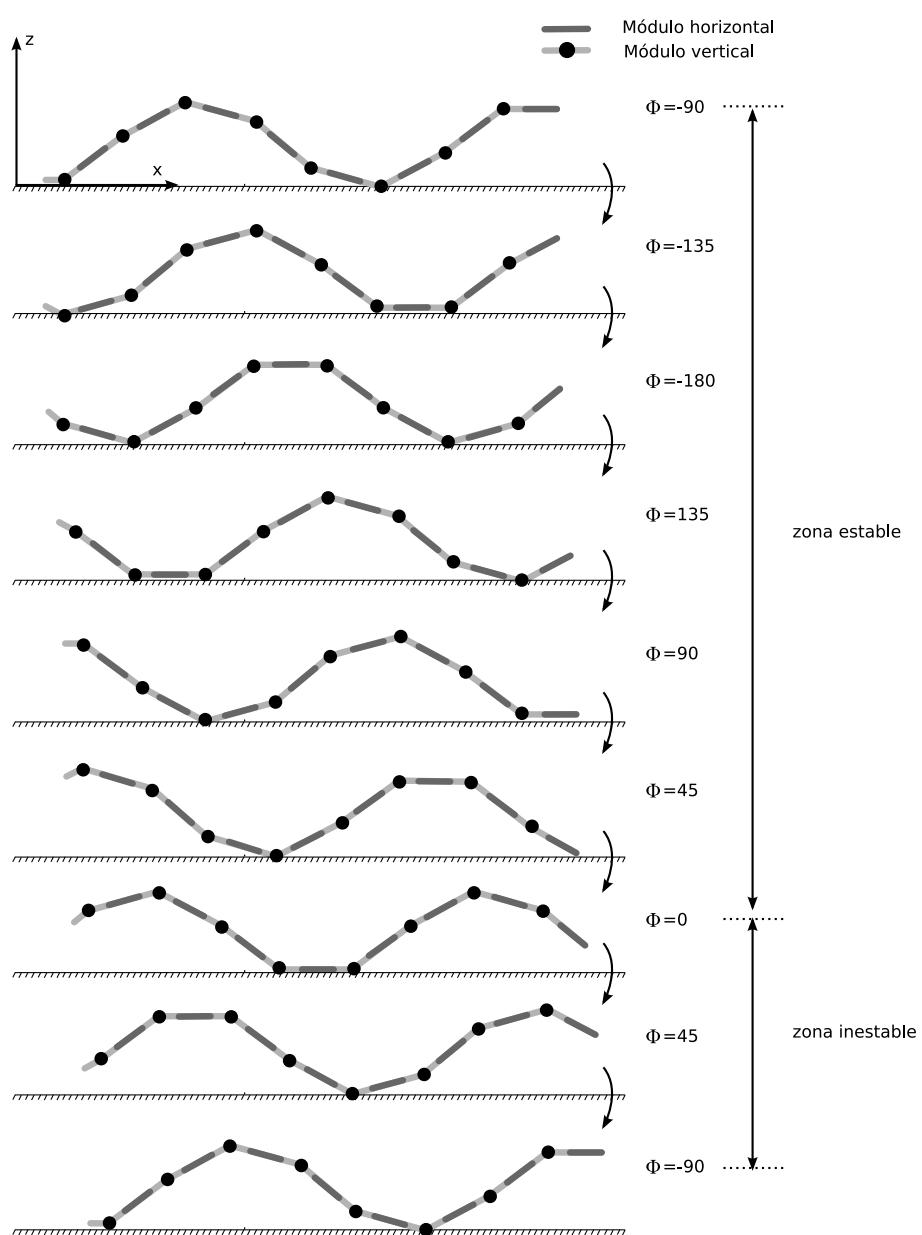


Figura 1.7: Locomoción NO estáticamente estable de un robot ápodo del grupo cabeceo-viraje de 16 módulos

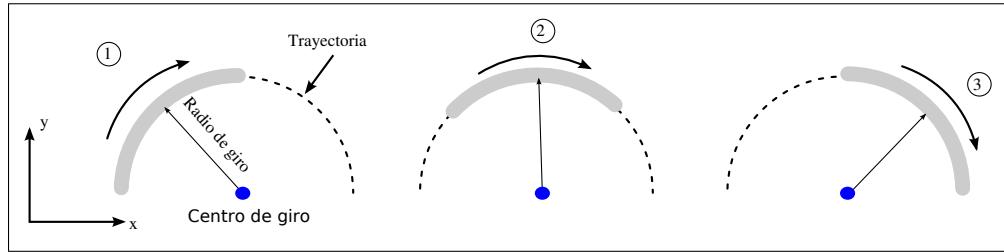
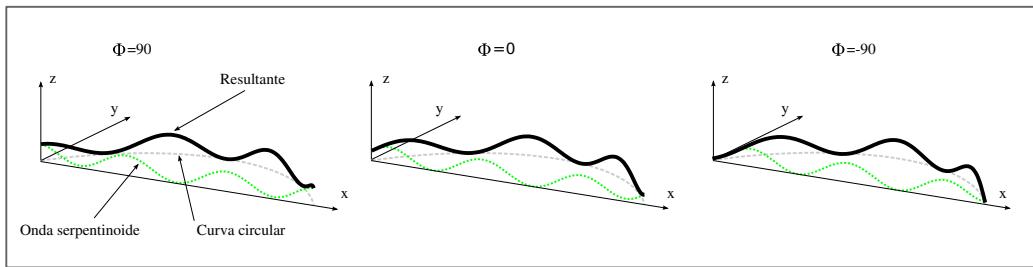
Figura 1.8: Movimiento del robot según una trayectoria circular en el plano  $xy$ 

Figura 1.9: Forma del cuerpo del robot al desplazarse según una trayectoria circular: Superposición de curva circular y una onda serpentinoide

## 1.5. Trayectoria circular

### 1.5.1. Descripción del movimiento

Cuando se superponen una curva circular en las articulaciones horizontales y una onda serpentinoide en las verticales el robot se desplaza siguiendo una trayectoria en arco circular con un radio de giro  $r$  (figura 1.8). La curva circular en las horizontales fuerza a que la proyección del robot sobre el plano  $xy$  sea un arco circular. La propagación de la onda serpentinoide por las verticales provoca el movimiento en un sentido u otro del arco.

El movimiento tiene tres grados de libertad ( $\alpha, k, \alpha_h$ ):

- $\alpha$ : Ángulo de serpenteo de la onda serpentinoide vertical.  $\alpha = \alpha_v \in [0, 120]$
- $k$ : Número de ondulaciones en la onda serpentinoide vertical.  $k = k_v \geq 1$
- $\alpha_h$ : Ángulo del arco circular horizontal.  $|\alpha_h| \in [0, 360]$

### 1.5.2. Forma del robot

La forma del robot es una onda serpentinoide que está “curvada”. En la figura 1.9 se muestran la curva circular, la serpentinoide vertical y la composición de ambas, para tres fases diferentes. La onda se va propagando a lo largo de la trayectoria circular haciendo que el robot se desplace.

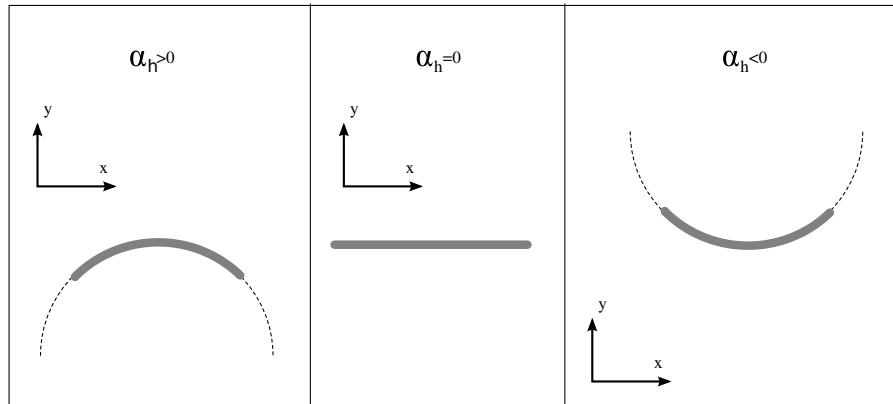


Figura 1.10: Orientación de la trayectoria según el signo de  $\alpha_h$

### 1.5.3. Trayectorias

La trayectoria circular que describe el robot está determinada por el radio de giro  $r$ . Para una curva circular de longitud  $l$ , este radio está dado por la ecuación ???. Puesto que en las articulaciones verticales se tiene una onda serpentinoide, su proyección en el plano  $xy$  tiene una longitud igual a su anchura  $w$ . Esta anchura, además, como vimos en el apartado ???, no depende del número de ondulaciones, sino sólo del ángulo de serpenteo. Por ello, la trayectoria que sigue el robot ápodo tiene un radio de giro  $r$  dado por la ecuación:

$$|r| = \frac{w(\alpha_v)}{\alpha_h} \cdot \frac{180}{\pi} \quad (1.1)$$

donde  $\alpha_h$  está expresado en grados y  $r$  en las mismas unidades que  $w$ .

La trayectoria depende únicamente de los parámetros  $\alpha_v$  y  $\alpha_h$ . El signo de  $\alpha_h$  determina la orientación de la trayectoria (figura 1.10). Cuando  $\alpha_h$  es positivo la curva tiene una orientación (cónica o convexa). Si es negativa se tiene la orientación contraria. Cuando es cero se está en el caso de un desplazamiento en línea recta, como el del apartado 1.4.

Dada una orientación, el radio de giro depende de los valores de  $\alpha_h$  y  $\alpha_v$ . En la figura 1.11 se muestran las trayectorias para diferentes valores de sus parámetros para un robot ápodo de longitud constante  $l$ . El radio de giro (ec. 1.1) es inversamente proporcional a  $\alpha_h$  y directamente proporcional a la anchura de la serpentinoide, que disminuye con el aumento de  $\alpha_v$  (apartado ??).

El valor mínimo del radio se consigue para  $\alpha_h = 360$  grados y  $\alpha_v = 0$ . En esta situación el robot tiene la forma de una circunferencia de radio  $l/2\pi$ . Para  $\alpha_v > 0$ , la circunferencia no llega a cerrarse ya que su longitud proyección será  $w$  (que es menor que  $l$ ). En esta configuración en anillo el centro de giro es el mismo que el de la circunferencia y el robot girará alrededor de ella.

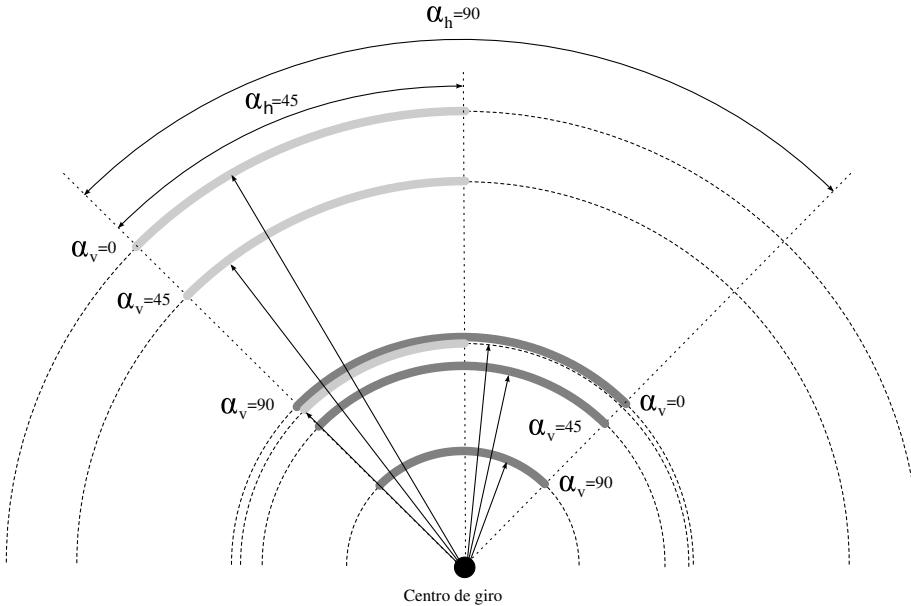


Figura 1.11: Diferentes trayectorias circulares según los valores de los parámetros  $\alpha_v$  y  $\alpha_h$

### 1.5.4. Estabilidad

#### 1.5.4.1. Criterio de estabilidad

Para el análisis de la estabilidad necesitamos conocer los puntos de apoyo del robot en función de la fase y de los parámetros  $\alpha_h$ ,  $\alpha_v$  y  $k_v$ . Para que el robot sea estable en todas las fases se debe verificar que al menos existan tres puntos de apoyo y la proyección del centro de masas caiga dentro del polígono formado por estos puntos.

**Principio de estabilidad** *Si el número de ondulaciones verticales es mayor o igual a 3 ( $k_v \geq 3$ ) entonces el desplazamiento de un robot árido continuo en trayectoria circular es estáticamente estable.*

La demostración de este principio se ha hecho de forma numérica para todo el rango de valores de  $\alpha_h$  e  $\alpha_v$  con una resolución de 1 grado. Para cada par de valores  $(\alpha_v, \alpha_h)$  se han obtenido las coordenadas de los puntos de apoyo, el centro de masas del robot y se ha verificado que el centro de gravedad cumple la condición de estabilidad.

En la figura 1.12 se muestra la proyección de la forma del robot sobre el plano  $xy$ , los puntos y polígono de apoyo y el centro de masas para diferentes valores de  $\alpha_h$  y  $\alpha_v$  en las tres fases de -90, 0 y 90 grados. La fase más crítica es  $\phi = -90$ . En ella el centro de masas se encuentra muy cerca a una de las líneas del polígono de apoyo. Al desplazarse la onda, el polígono va variando, cumpliéndose que en todas las fases el centro de gravedad cae en su interior.

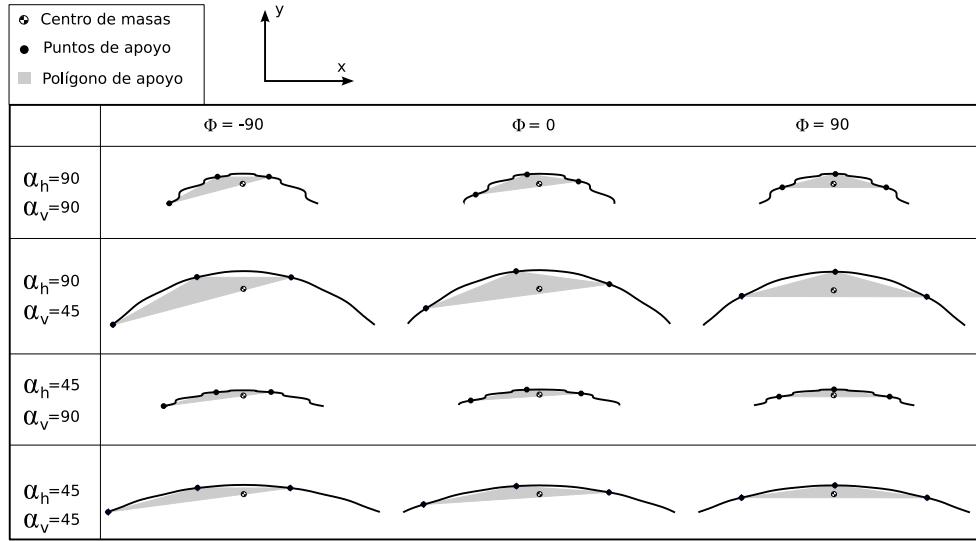


Figura 1.12: Polígono de apoyo y centro de masas para diferentes valores de  $\alpha_v$  y  $\alpha_h$  de un robot ápodo con  $k_v = 3$

#### 1.5.4.2. Estabilidad para $k_v < 3$

Cuando no se cumple el principio de estabilidad y  $k_v < 3$ , ya no existen tres puntos de apoyo en todo momento por lo que el robot se inclinará hacia un lado u otro. Los parámetros de  $\alpha_h$ ,  $\alpha_v$  y  $k$  determinan cómo será esta oscilación, pudiendo el robot llegar a volcar. En la figura 1.13 se ha representado un robot con  $\alpha_v = 45$  y  $\alpha_h = 90$  con  $k_v = 2$ . La fase  $\phi = -90$  es estable. Existe tres puntos de apoyo y el centro de gravedad cae en el interior del polígono de apoyo. Sin embargo, al propagarse la onda sólo hay dos puntos de apoyo. Se ha representado el caso para  $\phi = 0$  y  $\phi = 90$ . En estas situaciones el robot se inclinará hasta que haya uno o más nuevos punto de apoyo. Los puntos de apoyo en estas fases son diferentes. Eso hace que el robot vaya tambaleándose mientras se desplaza.

Por tanto en los casos en que no se cumple el principio de estabilidad ( $k_v < 3$ ), el movimiento del robot en trayectoria circular sí es posible, pero no para todos los valores de  $\alpha_v$  y  $\alpha_h$ . Siempre existirán oscilaciones en el movimiento que pueden ser atenuadas disminuyendo la altura del robot y logrando que sea más estable. Sin embargo, al hacer esto el paso del robot será menor.

#### 1.5.5. Robot discreto

En el modelo discreto aparecen limitaciones en los valores de sus parámetros. Calcularemos el mínimo número de módulos necesarios para realizar el movimiento circular de manera estáticamente estable y las limitaciones en los rangos de sus parámetros.

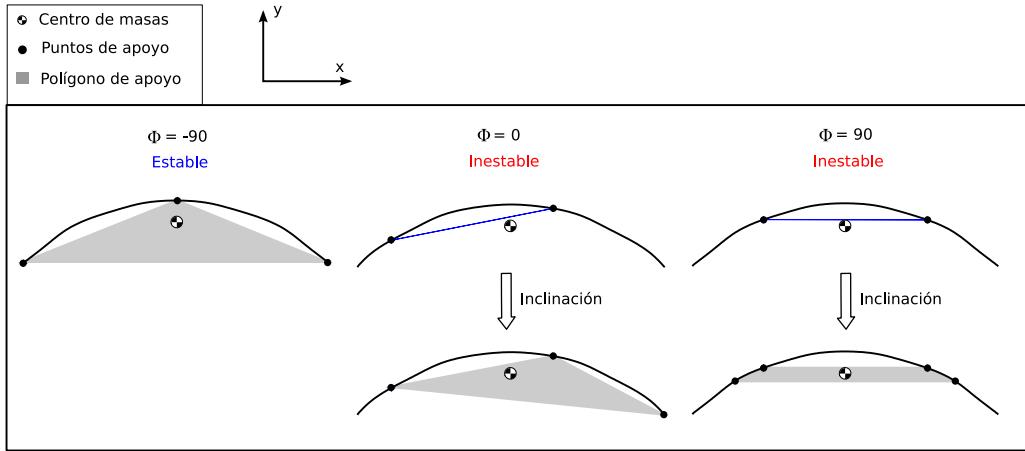


Figura 1.13: Polígono de apoyo y centro de gravedad para un robot ápodo con  $k_v = 2$

#### 1.5.5.1. Número mínimo de módulos

Para un robot del grupo cabeceo-viraje, el número de módulos  $M$  totales se relaciona con la diferencia de fase y el número de ondulaciones verticales por la ecuación ???.  $M$  es directamente proporcional a  $k_v$  e inversamente proporcional a  $\Delta\phi_v$  por lo que el mínimo se obtendrá para el  $k_v$  menor ( $k_v = 3$ ) y el  $\Delta\phi_v$  máximo ( $\Delta\phi_v = 180$ ):

$$M = \frac{4\pi k_v}{\Delta\phi_v} \geq \frac{12\pi}{\pi} = 12$$

Este es el mínimo valor de  $M$  calculado matemáticamente. Sin embargo, debido al *principio de oposición de fase*, cuando la fase es de 180 grados, no existe locomoción. Por tanto, es necesario al menos añadir un módulo horizontal más y por definición los robots ápodos del grupo cabeceo-viraje tienen el mismo número de módulos horizontales que verticales. Por ello, el número mínimo será de  $M=14$ .

**Principio del mínimo número de módulos** *Un robo ápodo del grupo cabeceo-viraje que tenga un número de módulos superior o igual a 14, podrá desplazarse siguiendo una trayectoria circular de manera estéticamente estable.*

#### 1.5.5.2. Limitaciones

Los parámetros  $A_v$  y  $\alpha_v$  tienen las mismas limitaciones que en el caso del movimiento en línea recta (apartado ??): limitación por geometría y por tope del servo. Por ello, en general se verifica que  $\alpha_v \leq \alpha_{vmax} \leq 120$  y  $A_v \leq A_{vmax} \leq 90$  donde  $\alpha_{vmax}$  y  $A_{vmax}$  están dadas por las ecuaciones ?? y ?? respectivamente.

Para las articulaciones horizontales las limitaciones también son por la geometría y el tope mecánico del servo. Se verifica que:  $\alpha_h \leq \alpha_{h_{max}} \leq 360$  y  $A_h \leq A_{h_{max}} \leq 90$ , donde los valores máximos están dados por las ecuaciones:

$$\alpha_{h_{max}} = \begin{cases} 45M & M < 8 \\ 360 & M \geq 8 \end{cases} \quad (1.2)$$

$$A_{h_{max}} = \begin{cases} 90 & M \leq 8 \\ \frac{720}{M} & M > 8 \end{cases} \quad (1.3)$$

Para su deducción partimos de la ecuación ?? que relaciona el parámetro  $\alpha$  con el ángulo de doblaje  $A$  de una curva circular y la particularizamos para el grupo cabeceo-viraje en el que hay  $M/2$  módulos horizontales:

$$A_h = \frac{\alpha_h}{\frac{M}{2}} = \frac{2\alpha_h}{M} \quad (1.4)$$

$A_h$  es directamente proporcional a  $\alpha_h$  por lo que su valor máximo lo obtendremos para el máximo absoluto de  $\alpha_h$  que es de 360 grados. Sustituyendo este valor en la ecuación 1.4 y aplicando la restricción  $A_h \leq 90$ :

$$A_{h_{max}} = \frac{720}{M} \leq 90$$

Despejando  $M$  obtenemos que  $M = 8$  es el valor que delimita las dos regiones de limitación. En una habrá limitación geométrica y por tanto  $A_{max} < 90$ . En la otra la limitación será por el tope del servo y  $A_{h_{max}} = 90$ .

De manera similar para el parámetro  $\alpha_h$  obtenemos:

$$\alpha_{h_{max}} = 45M < 360$$

Para  $M < 8$  la limitación será debida al tope mecánico y para  $M \geq 8$  a la geometría.

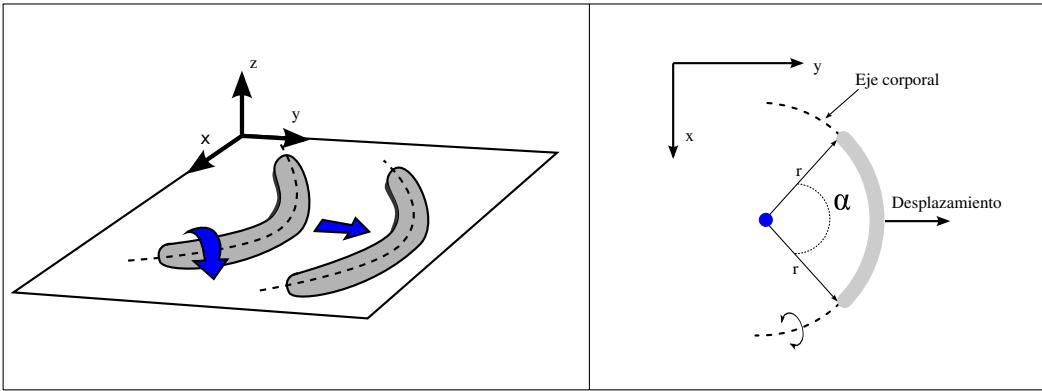


Figura 1.14: Descripción del movimiento de rodar

## 1.6. Rodar

### 1.6.1. Descripción del movimiento

En este movimiento el robot apodo rota alrededor de su eje corporal y se desplaza en línea recta a lo largo del eje  $y$ . Está compuesto por la superposición de dos ondas circulares iguales, una en las articulaciones horizontales y otra en las verticales. El movimiento queda caracterizado por los parámetros  $\alpha$  de las ondas circulares y la diferencia de fase entre ellas:

- $\alpha_v$ : Arco circular en articulaciones verticales.  $|\alpha_v| \in [0, 360]$
- $\alpha_h$ : Arco circular en articulaciones horizontales.  $|\alpha_h| \in [0, 360]$
- $\Delta\phi_{vh}$ : Diferencia de fase entre las ondas verticales y horizontales

Sin embargo, cuando  $\alpha_v = \alpha_h$  y  $\Delta\phi_{vh} = 90$  la forma del robot es un arco circular que no varía su radio de curvatura con la fase. En estas condiciones el robot adopta la forma curvada y se desplaza en línea recta, paralelamente a su eje corporal en un movimiento rectilíneo uniforme (ver figura 1.14).

Por tanto, este movimiento queda caracterizado por el parámetro  $\alpha$  que es el ángulo del arco circular que forma al desplazarse.

### 1.6.2. Forma del robot

Cuando se superponen dos ondas circulares iguales, una en las articulaciones verticales y la otra en las horizontales, con el mismo valor de  $\alpha$ , la forma resultante es un arco circular que tiene una inclinación con respecto al plano  $xy$  que varía con la fase  $\phi$ . Los ángulos de doblaje entre las articulaciones

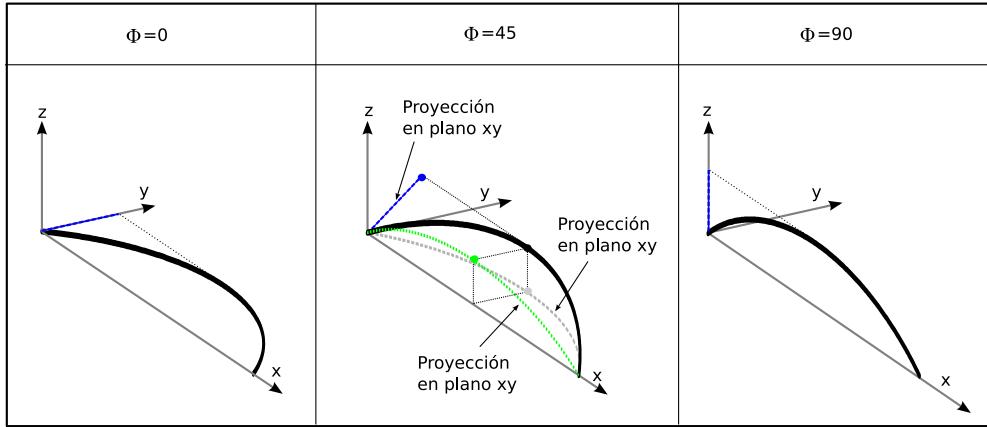


Figura 1.15: Forma del eje corporal del robot al rodar, para diferentes fases

verticales y horizontales están desfasados 90 grados por lo que cuando unos alcanzan sus valores máximos los otros serán 0 y vice-versa.

En la figura 1.15 se muestra la forma para las fases de 0, 45 y 90 grados (se está suponiendo que la fase inicial  $\phi_0$  es cero). Para  $\phi = 0$ , las articulaciones horizontales forman una curva circular de arco  $\alpha$  mientras que las verticales están en sus posiciones de reposo, con un ángulo de doblaje de cero. La resultante es un arco situado en el plano  $xy$ . Para la fase  $\phi = 90$  sucede lo contrario. Son las verticales las que tienen forma de arco mientras que las horizontales permanecen en sus posiciones de reposo lo que da como resultado un arco situado en el plano  $zx$ . Para una fase  $\phi = 45$ , la curva es un arco de  $\alpha$  grados que está inclinado 45 grados con respecto al plano  $xy$ .

La composición de dos curvas circulares iguales, con una diferencia de fase de 90 grados tiene la propiedad de que el ángulo que forman con el plano  $xy$  es igual a la fase.

### 1.6.3. Mecanismo de rotación

La curva que define la forma del robot está rotada un ángulo igual a la fase. Esto hace que la orientación de todos sus puntos también varíe. En la figura 1.16 se muestra la forma de la curva para diferentes valores de la fase entre 0 y -90 grados. Se emplean dos sistemas de referencia. Uno absoluto  $xyz$  que está fijado al suelo y otro local,  $x'y'z'$  situado en cada punto de la curva. En 1.16a) se ha representado la proyección de la curva en el plano  $zy$  y se ha tomado como ejemplo el punto de referencia medio ( $M$ ). La orientación del robot la definimos como el ángulo  $\beta$  que forman los ejes  $z$  y  $z'$  de  $M$ . Se cumple que  $\beta$  es igual a la fase  $\phi$ .

Debido a la acción de la gravedad, la curva está apoyada en todo momento sobre el suelo. En la figura 1.16b) se muestran las proyecciones en los planos  $zy$  e  $xy$  para diferentes fases. La forma de la curva no varía con la fase y siempre está apoyada sobre el plano  $xy$ . Pero la orientación de sus puntos sí

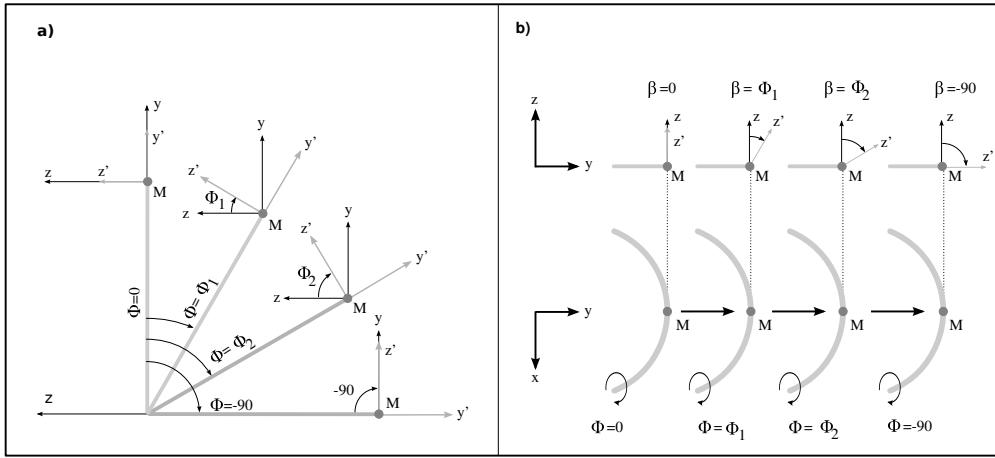


Figura 1.16: Mecanismo de rotación

cambia, rotando alrededor de sus ejes locales  $x'$ . El resultado es que todos los puntos del eje corporal del robot rotan con una velocidad angular:  $w = 2\pi/T$  alrededor de  $x'$ , donde  $T$  es el periodo de los osciladores.

#### 1.6.4. Secciones del robot

El análisis del movimiento de rodar lo haremos teniendo en cuenta dos tipos de secciones del robot: circular y cuadrada. En la figura 1.17 se muestran los dos tipos y sus parámetros, para un robot continuo situado sobre el plano  $xy$ . Denotamos por  $M$  al punto situado en el centro del eje del robot ( $s = l/2$ ),  $\delta$  es el radio del círculo y  $H$  el lado del cuadrado.

Para estudiar la cinemática del movimiento emplearemos el modelo de sección circular. Puesto que el eje corporal del robot gira con velocidad angular  $w$ , cada una de las infinitas secciones se comportan como una “rueda”. La velocidad lineal de cada una de ellas la obtendremos multiplicando  $w$  por el radio  $\delta$ . Si la sección fuese un punto (modelo alámbrico) entonces no existiría desplazamiento.

El modelo de sección cuadrada nos permite estudiar el robot real, que está formados con módulos cuya sección es de este tipo. Veremos qué restricciones aparecen al pasar del modelo circular al cuadrado.

#### 1.6.5. Cinemática

##### 1.6.5.1. Notación y expresiones fundamentales

La notación empleada y los dibujos explicativos para el estudio de la cinemática del movimiento de rodar se muestran en la figura 1.18 y están resumidos en la tabla 1.1.

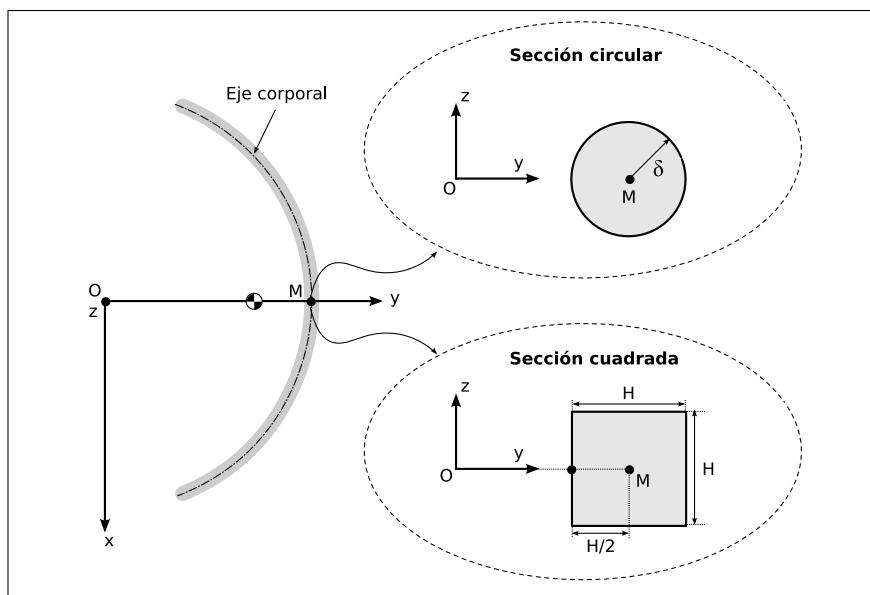


Figura 1.17: Los dos tipos de secciones de estudio del robot: circular y cuadrada

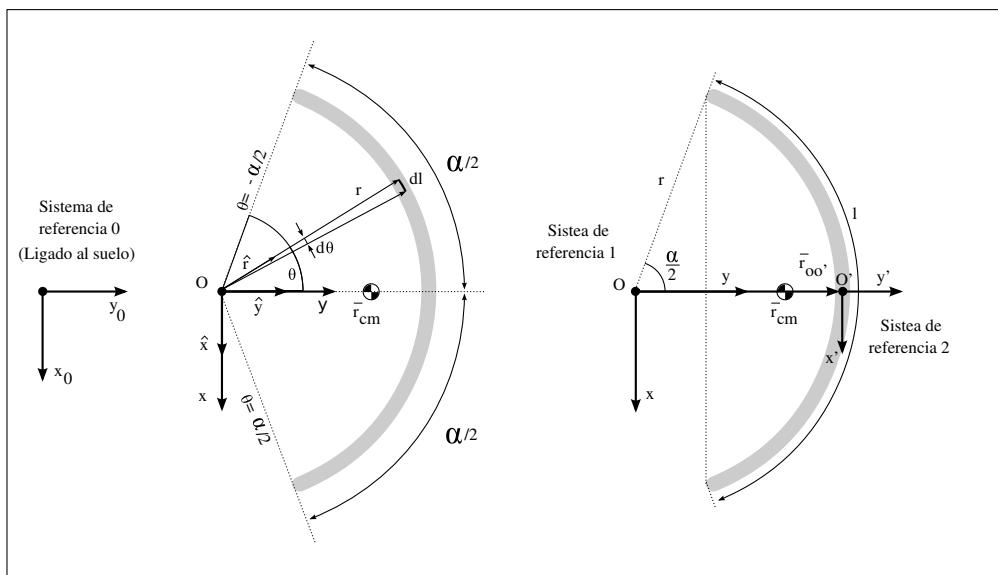


Figura 1.18: Un arco circular con sus diferentes parámetros y sistemas de referencias empleados

Notación	Descripción
$\alpha$	Ángulo del arco circular
$l$	Longitud del arco
$\theta$	Variable de integración
$r$	Radio del arco
$\hat{r}$	Vector radial unitario
$\hat{x}$	Vector unitario en eje x
$\hat{y}$	Vector unitario en eje y
$O$	Origen sistema de referencia 1
$O'$	Origen sistema de referencia 2
$\vec{r}_{cm}$	Vector de posición del centro de masas. Sistema ref. 1
$\vec{r}_{oo'}$	Vector de posición del sistema ref 2 con respecto al 1

Cuadro 1.1: Notación empleada para la cinemática del movimiento de rodar

Se usan tres sistemas de referencia. El 0 está fijado al suelo y sus ejes son  $x_o$  e  $y_o$ . Lo emplearemos para determinar la velocidad y desplazamiento del centro de masas del robot. Los sistemas 1 y 2 son locales al robot y se desplazan con él. El primero tiene su origen en el centro del arco ( $O$ ) y el segundo en el punto medio de su cuerpo ( $O'$ ).

El radio vector  $\vec{r}$  que va desde el centro del arco ( $O$ ) hacia uno de sus puntos los expresamos así:  $\vec{r} = r\hat{r}$  donde  $r$  es el módulo del radio y  $\hat{r}$  el vector radial unitario. El radio  $r$  se obtiene a partir de los parámetros de la curva:

$$r = \frac{l}{\alpha} \quad (1.5)$$

El vector radial unitario se expresa en el sistema de referencia 1 (con origen en O) de la forma:

$$\hat{r} = \sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y} \quad (1.6)$$

La expresión del radio vector en función del ángulo de integración  $\theta$  es:

$$\vec{r} = \frac{l}{\alpha} (\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}) \quad (1.7)$$

donde  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$  son los vectores unitarios en los ejes  $x$  e  $y$  respectivamente del sistema de referencia 1.

La relación entre los infinitesimales  $d\theta$  y  $dl$  es:

$$dl = rd\theta = \frac{l}{\alpha} d\theta \quad (1.8)$$

El vector de posición del origen del sistema de referencia 2 con respecto al 1 es:

$$\overrightarrow{r_{oo'}} = \frac{l}{\alpha} \hat{y} \quad (1.9)$$

### 1.6.5.2. Centro de masas

La expresión de la posición del centro de masas con respecto al sistema de referencia 1 es:

$$\overrightarrow{r_{cm}} = \frac{2l}{\alpha^2} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \hat{y} \quad (1.10)$$

Y referida al sistema de referencia 2:

$$\overrightarrow{r'_{cn}} = \overrightarrow{r_{cm}} - \overrightarrow{r_{oo'}} = \frac{l}{\alpha} \left( \frac{2}{\alpha} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - 1 \right) \hat{y} \quad (1.11)$$

**Demostración** Para su cálculo se ha partido de la definición de centro de masas:

$$\overrightarrow{r_{cm}} = \frac{1}{m_t} \int \vec{r} dm \quad (1.12)$$

donde  $m_t$  es la masa total del robot,  $\vec{r}$  el radio vector y  $dm$  el diferencial de masa. Se está suponiendo que la masa está repartida uniformemente a lo largo de todo el robot. El diferencial de masa lo ponemos en función de  $dl$ :

$$dm = \frac{m_t}{l} dl$$

Y aplicando la ecuación 1.8 obtenemos:

$$dm = \frac{m_t}{\alpha} d\theta \quad (1.13)$$

Sustituyendo las expresiones 1.8 y 1.7 en 1.12, tenemos

$$\overrightarrow{r_{cm}} = \frac{l}{\alpha^2} \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} (\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}) d\theta$$

Puesto que el intervalo de integración es simétrico, la función  $\sin$  es impar y  $\cos$  es par, la integral queda:

$$\overrightarrow{r_{cm}} = \frac{2l}{\alpha^2} \hat{y} \int_0^{\frac{\alpha}{2}} \cos \theta d\theta$$

y al resolverla tenemos la expresión 1.10.

#### 1.6.5.3. Trayectoria y velocidad

En este movimiento el cuerpo del robot adopta forma de curva circular y rota alrededor de su eje corporal a una velocidad angular  $w$ . Para los cálculos supondremos que la sección del robot es circular, de radio  $\delta$ . Tanto la posición y velocidad del centro de masas las referiremos respecto al sistema de referencia 0, fijado al suelo.

En estas condiciones, la velocidad a la que se desplaza el centro de masas del robot está dada por la expresión:

$$\overrightarrow{v_{cm}} = \frac{2w\delta}{\alpha} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \hat{y}_0 \quad (1.14)$$

Es una velocidad constante por lo que se trata de un movimiento rectilínea uniforme que se realiza a lo largo del eje  $y_0$ , que pasa por el punto medio del robot ( $M$ ). La velocidad depende del parámetro  $\alpha$ . Esto significa que es la forma del robot la que determina su velocidad. Así, cuando el cuerpo del robot es una circunferencia completa ( $\alpha = 2\pi$ ), su velocidad es igual a 0. El robot no se desplaza, aunque sus puntos continúan rotando alrededor del eje corporal a una velocidad angular  $w$ .

El valor máximo de la velocidad se obtiene cuando  $\alpha \rightarrow 0$ , que se corresponde con una forma del robot que tiende a ser una línea recta. En esas condiciones la expresión  $\sin(\alpha/2)$  se aproxima por  $\alpha/2$  y obtenemos:

$$v_{max} = \lim_{\alpha \rightarrow 0} V_{cm} = w\delta$$

La velocidad máxima es igual a la velocidad lineal de los puntos de su perímetro. Sin embargo, esto sólo es cierto para valores de  $\alpha$  cercanos a 0 en los que la curva tienen a ser una línea recta. Para  $\alpha = 0$  la ecuación 1.14 no es válida ya que en ese caso no hay ondas circulares y los ángulos de doblaje de todas las articulaciones del robot serán 0, por lo que no habrá movimiento.

El espacio recorrido por el robot respecto al sistema de referencia 0 suponiendo que en el instante inicial se encuentra situado en el origen lo obtenemos multiplicando la ecuación 1.14 por el tiempo  $t$ :

$$\overrightarrow{r_{cm_0}} = \frac{2w\delta}{\alpha} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) t \hat{y}_0 \quad (1.15)$$

**Demostración** Deduciremos la ecuación 1.14. Para ello utilizaremos los dibujos mostrados en la figura 1.18.

Supondremos que la sección del robot es circular de radio  $\delta$ . Debido a que su eje corporal rota con velocidad angular  $w$ , la velocidad lineal de cada uno de los puntos de será igual a  $w\delta$ . Consideraremos a cada una de las infinitas secciones como “ruedas” que se mueven en dirección radial, con velocidad:

$$\vec{v} = w\delta \hat{r}$$

La velocidad del centro de masas será debida a la aportación de cada una de estas “ruedas” diferenciales y la calcularemos mediante su integración a lo largo del eje corporal de longitud  $l$ :

$$\overrightarrow{v_{cm}} = \frac{1}{l} \int_0^l \vec{v} dl = \frac{w\delta}{l} \int_0^l \hat{r} dl$$

Sustituyendo  $\hat{r}$  y  $dl$  por sus respectivas expresiones 1.6 y 1.8 queda:

$$\overrightarrow{v_{cm}} = \frac{w\delta}{\alpha} \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} (\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}) d\theta$$

Teniendo en cuenta que el intervalo de integración es simétrico, la función sin es impar, cos es par y el eje  $y$  es paralelo a  $y_0$ :

$$\overrightarrow{v_{cm}} = \frac{2w\delta}{\alpha} \hat{y}_0 \int_0^{\frac{\alpha}{2}} \cos \theta d\theta$$

Y resolviéndola llegamos a la expresión 1.14.

#### 1.6.5.4. Paso

El paso del robot a lo largo del eje  $y_0$  es la distancia recorrida por el robot durante un intervalo temporal igual a  $T$ . Lo calculamos a partir de la ecuación ?? sustituyendo  $\vec{r}$  por la expresión 1.15. Resolviendo obtenemos la ecuación del paso:

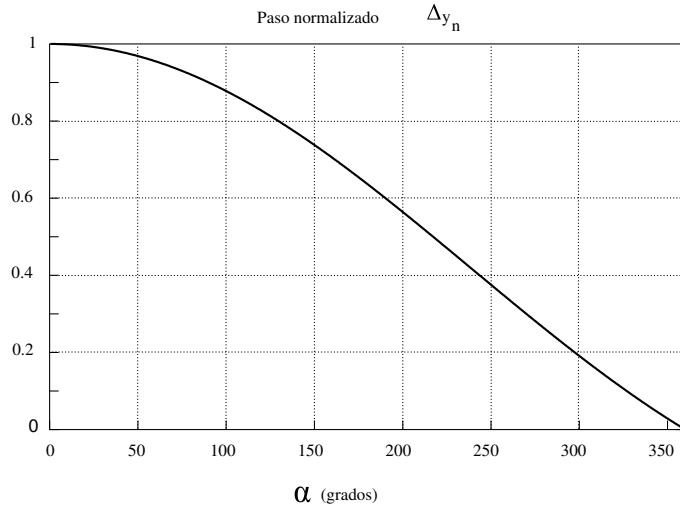


Figura 1.19: Representación gráfica del paso normalizado en función de  $\alpha$

$$\vec{\Delta r} = \frac{4\pi\delta}{\alpha} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \hat{y}_0 \quad (1.16)$$

Su módulo lo denotaremos por  $\Delta y$ . Para estudiar la variación del paso con  $\alpha$ , definimos el paso normalizado como:

$$\Delta y_n = \frac{2}{\alpha} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

cuyos valores están en el rango  $[0, 1]$ . Esta función sólo depende de  $\alpha$  y no de la geometría del módulo. En la figura 1.19 se muestra gráficamente y en la 1.20 se muestra la forma del robot para diferentes valores de  $\alpha$  junto con el paso.

Para el caso de una sección circular, se calcula a partir del paso normalizado multiplicando por el perímetro de la circunferencia:

$$\Delta y = 2\pi\delta\Delta y_n = \frac{4\pi\delta}{\alpha} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (1.17)$$

**Paso del modelo de sección cuadrada** El paso del robot cuando la sección es cuadrada está dado por la expresión:

$$\Delta y = 4H\Delta y_n = \frac{8H}{\alpha} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (1.18)$$

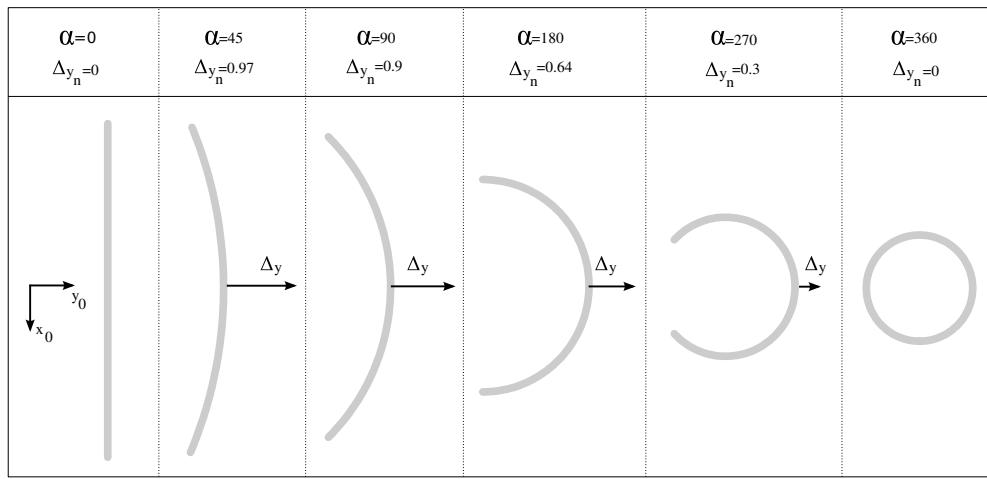


Figura 1.20: Relación entre la forma del robot y el paso

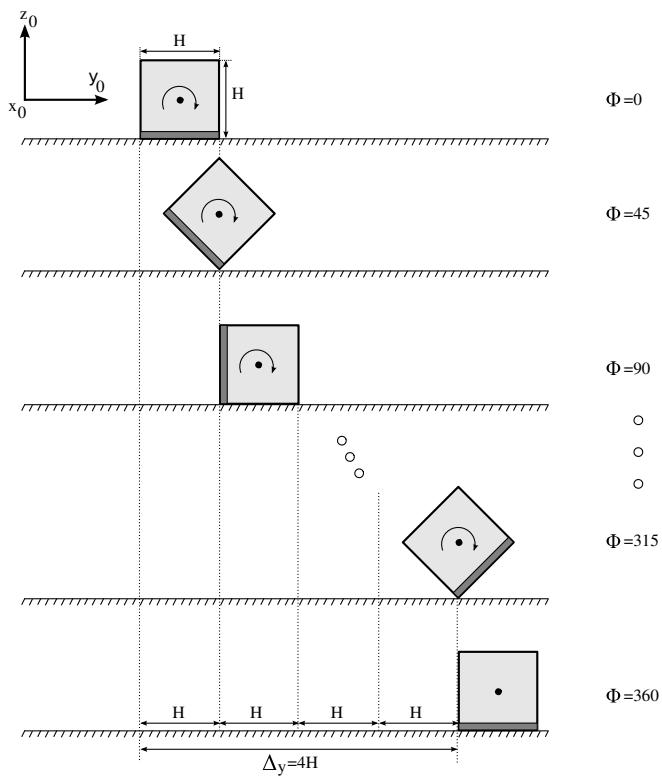


Figura 1.21: Paso del robot continuo de sección cuadrada

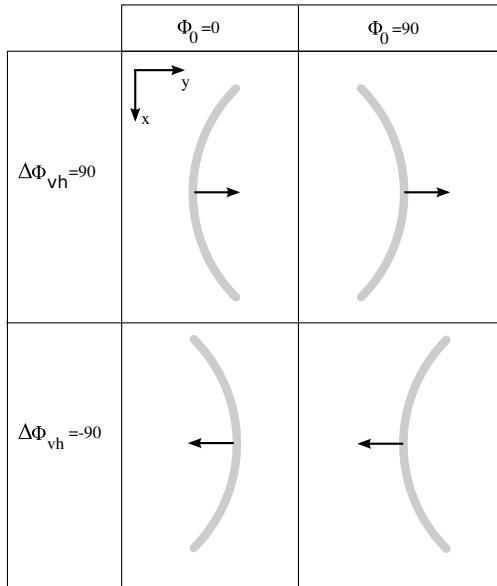


Figura 1.22: Sentido del movimiento y forma del robot según los valores de los parámetros  $\Delta\phi_{vh}$  y  $\phi_0$

El valor máximo es igual al perímetro de la sección y se produce cuando  $\alpha$  es cercano a cero. Esta situación se muestra en la figura 1.21.

El movimiento del robot para ambos tipos de secciones es esencialmente el mismo. Al cabo de un ciclo la distancia recorrida es igual al producto de su perímetro por el paso normalizado  $\Delta y$ , que no depende del tipo de sección sino de el ángulo del arco ( $\alpha$ ).

Sin embargo, la posición instantánea del centro de masas sí es diferente. En el primer caso la altura permanece constante lo que hace que el movimiento sea más suave. En el segundo caso, esta altura tiene oscilaciones y el movimiento es más brusco. Además, la sección cuadrada impone restricciones al rango de valores de  $\alpha$ . El movimiento no se realiza para todos los valores de  $\alpha$ , sino que aparece un  $\alpha_{min}$  por debajo del cual el robot no rueda (apartado 1.6.6).

#### 1.6.5.5. Sentido del movimiento

Chen et al. [1] estudiaron el movimiento de rodar y lo propusieron para superar obstáculos. Mostraron que tanto el sentido del desplazamiento como la forma del robot al avanzar se determinan por los parámetros  $\Delta\phi_{vh}$  y la fase inicial  $\phi_0$ . Los resultados se resumen en la figura 1.22.

#### 1.6.6. Limitaciones por la geometría

El tipo de sección impone restricciones a los valores de  $\alpha$  con los que se puede realizar el movimiento. Cuando la sección es circular, el robot rodará para cualquier valor de  $\alpha \in (0, 360)$ . Sin embargo,

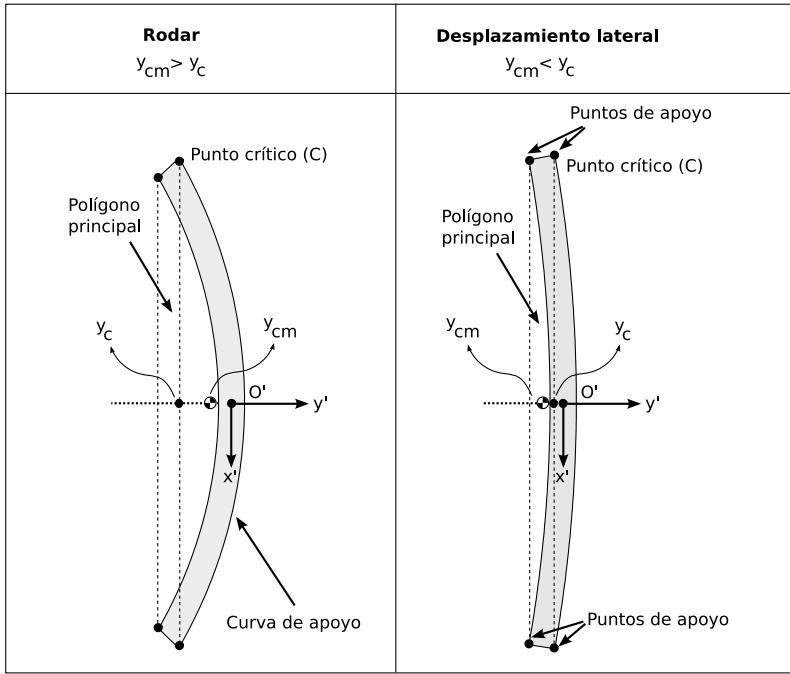


Figura 1.23: Movimientos de rodar y desplazamiento lateral según la posición del centro de masas

cuando la sección es cuadrada este rango queda restringido a  $\alpha \in [\alpha_{min}, 360)$ . Para  $\alpha < \alpha_{min}$  el robot se desplaza lateralmente sin rodar (Realiza un desplazamiento de tipo remero, descrito en el apartado 1.7.9).

#### 1.6.6.1. Condición para rodar

La condición que se debe cumplir para que un robot con sección cuadrada realice el movimiento de rodar es que la ordenada del centro de masas sea mayor que la del punto crítico  $C$ :

$$y_{cm} > y_c \quad (1.19)$$

En la figura 1.23 se muestra un robot de sección cuadrada con el centro de masas situado a ambos lados del punto crítico  $C$ . Definimos el polígono principal como aquel que forman los vértices de la panza del robot. Cuando  $y_{cm} < y_c$ , la proyección del centro de masas está situada dentro del polígono principal por lo que el robot permanece en su orientación normal (no se inclina). Se consigue un movimiento de tipo desplazamiento lateral.

Cuando  $y_{cm} > y_c$ , la proyección del centro de gravedad cae fuera del polígono principal por lo que el robot se inclina sobre la curva de apoyo y el robot rueda.

La ordenada del punto crítico se puede expresar en el sistema de referencia 1 como:

$$y_c = \left( \frac{l}{\alpha} + \frac{H}{2} \right) \cos \frac{\alpha}{2}$$

y referido al 2 es:

$$y'_c = \left( \frac{l}{\alpha} + \frac{H}{2} \right) \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{l}{\alpha} \quad (1.20)$$

#### 1.6.6.2. Ángulo $\alpha$ mínimo para rodar

El movimiento de rodar se realizará siempre y cuando  $\alpha \in (\alpha_{min}, 360)$  donde el ángulo  $\alpha$  mínimo (en grados) está dado por la ecuación:

$$\alpha_{min} \approx \frac{120}{\pi} \left( \sqrt{\left( \frac{l}{H} \right)^2 + 18} - \frac{l}{H} \right) \quad (1.21)$$

Cuando  $\alpha < \alpha_{min}$  el movimiento será un desplazamiento lateral.

#### 1.6.6.3. Demostración

A continuación mostramos la deducción de la ecuación 1.21. Partimos de la expresión 1.19 y sustituimos  $y_{cm}$  e  $y_c$  por sus expresiones referida al sistema de referencia 2 (ecuaciones 1.11 y 1.20). Tenemos la inecuación:

$$\frac{l}{\alpha} \left( \frac{2}{\alpha} \sin \frac{\alpha}{2} - 1 \right) > \left( \frac{l}{\alpha} + \frac{H}{2} \right) \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{l}{\alpha}$$

Agrupando los términos llegamos a la expresión:

$$\frac{2l}{\alpha^2} \sin \frac{\alpha}{2} - \left( \frac{l}{\alpha} + \frac{H}{2} \right) \cos \frac{\alpha}{2} > 0$$

Denotamos el término de la izquierda como  $f(\alpha)$ . El valor  $\alpha_{min}$  se obtiene resolviendo la ecuación:

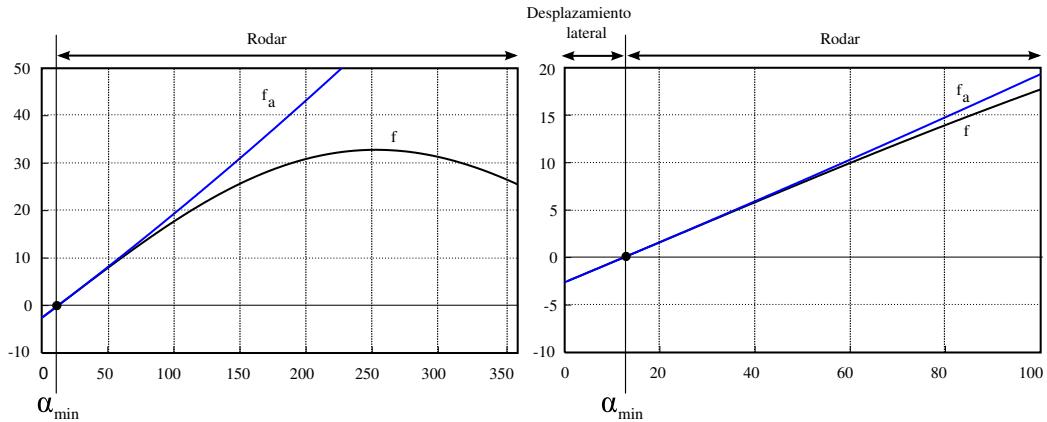


Figura 1.24: Representación gráfica de las funciones  $f$  y  $f_a$  para una relación  $l/H$  de 10

$$f(\alpha_{\min}) = 0$$

Esto se puede hacer mediante métodos numéricos. Sin embargo, el enfoque que hemos adoptado es aproximar  $f(\alpha)$  por otra función  $f_a(\alpha)$  que sí permite obtener una expresión analítica.

Desarrollando la función  $\sin \frac{\alpha}{2}$  en serie de potencias y quedándose con los dos primeros términos:

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \approx \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{3!}\left(\frac{\alpha}{2}\right)^3 = \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha^3}{48}$$

Haciendo lo mismo con la función  $\cos \frac{\alpha}{2}$ :

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 1 - \frac{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2}{2!} = 1 - \frac{\alpha^2}{8}$$

y sustituyendo estas expresiones en la expresión de  $f$ , la función aproximada queda:

$$f_a(\alpha) = \frac{H}{16}\alpha^2 + \frac{l}{12}\alpha - \frac{H}{2}$$

Igualando a cero y simplificando, obtenemos la ecuación de segundo grado:

$$\alpha^2 + \frac{4}{3}\frac{l}{H}\alpha - 8 = 0$$

Resolviendo se obtiene el valor buscado de  $\alpha_{min}$  (en radianes):

$$\alpha_{min} = \frac{2}{3} \left( \sqrt{\left(\frac{l}{H}\right)^2 + 18} - \frac{l}{H} \right)$$

Al pasarlo a grados llegamos a la ecuación 1.21.

La función  $f$  y su aproximación  $f_a$  se muestran en la figura 1.24, para un valor de  $l/H$  igual a 10. Se observa que es una función muy lineal para valores de  $\alpha$  bajos.

### 1.6.7. Modelo discreto

#### 1.6.7.1. Ecuaciones

Las ecuaciones para los ángulos de doblaje son:

$$\varphi_v = A \sin(\phi + \phi_0)$$

$$\varphi_h = A \sin(\phi + \Delta\phi_{vh} + \phi_0)$$

donde la amplitud  $A$  está dada por la expresión:

$$A = \frac{2\alpha}{M} \quad (1.22)$$

Los valores  $\Delta\phi_{vh}$  y  $\phi_0$  determinan el sentido del desplazamiento en relación con la forma (apartado 1.6.5.5) y la amplitud  $A$  el arco del eje corporal.

#### 1.6.7.2. Forma

La forma del robot es un arco circular discreto de ángulo  $\alpha$  formado por  $M + 1$  segmentos. En la figura 1.25 se muestra la forma de un robot de 8 módulos y  $\alpha = 180$  grados para las fases de 0, 45 y 90 grados. Se puede ver que el robot no es simétrico con respecto al eje y (salvo para la fase de 45 grados).

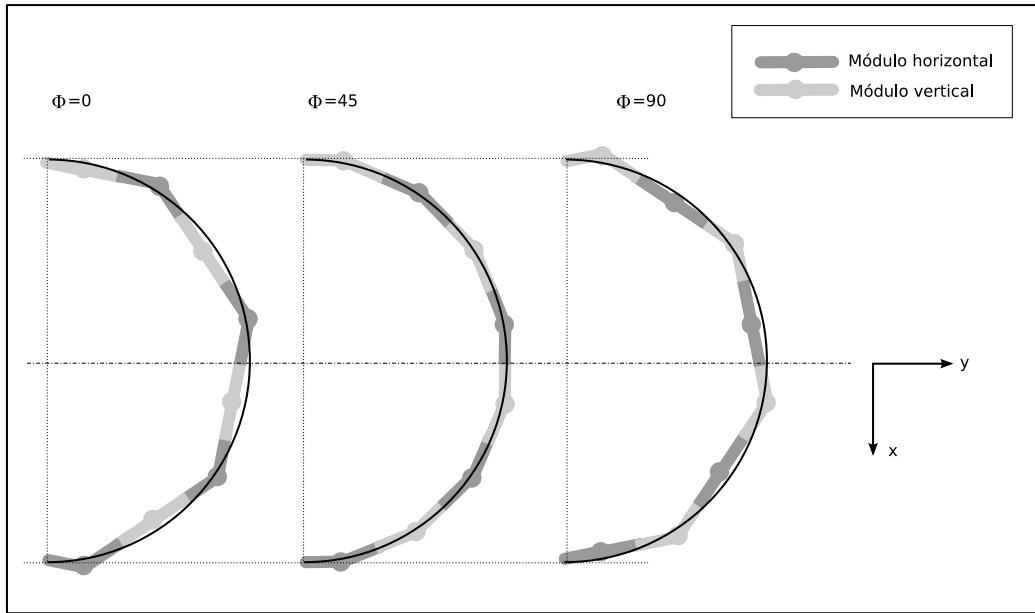


Figura 1.25: Comparación entre el modelo discreto y continuo para tres fases diferentes. El robot tiene 8 módulos y el parámetro  $\alpha$  es 180 grados.

#### 1.6.7.3. Número mínimo de módulos

El mínimo número de módulos para que el robot ruede es de 3 (2 módulos de cabeceo y uno de viraje en el centro). Esta configuración se estudia con más detalle en el capítulo ??.

#### 1.6.7.4. Limitaciones

En el modelo discreto los parámetros  $\alpha$  y  $A$  están limitados de manera que  $\alpha \leq \alpha_{max} \leq 360$  y  $A \leq A_{max} \leq 90$ . Las ecuaciones para  $\alpha_{max}$  y  $A_{max}$  son la 1.2 y 1.3 respectivamente, las mismas que tienen las articulaciones horizontales en el caso del movimiento de trayectoria circular (apartado 1.5).

### 1.6.8. Resumen

Un robot del tipo cabeceo-viraje de  $M$  módulos puede rodar cuando todos los generadores verticales y horizontales están en fase, se les aplica la misma amplitud  $A$  y entre los verticales y horizontales hay una diferencia de fase de 90 grados. En esta situación el robot se desplaza, adoptando la forma de un arco circular de ángulo  $\alpha$ . Este ángulo se encuentra comprendido entre un máximo de 360 grados y un mínimo de  $\alpha_{min}$  que depende del tipo de sección del módulo y de la relación entre la longitud ( $l$ ) y anchura ( $H$ ) del módulo.

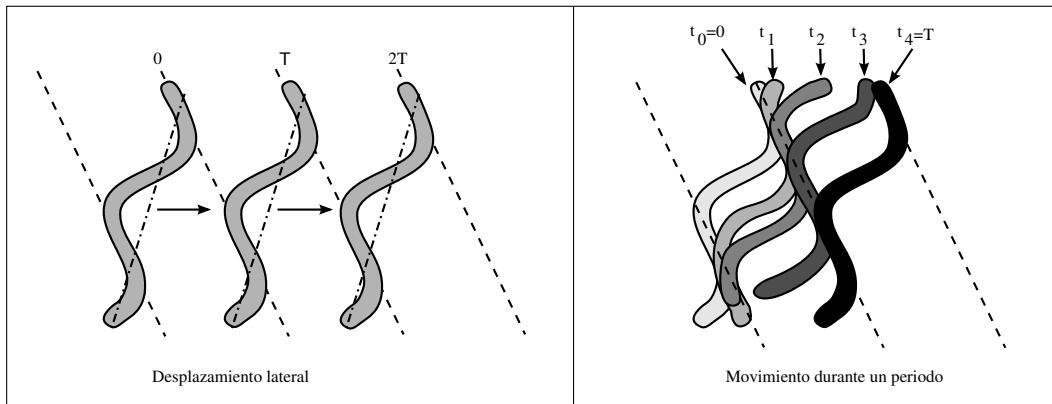


Figura 1.26: Movimiento de desplazamiento lateral. Izquierda: Durante dos ciclos. Derecha: detalles del movimiento en un ciclo

Cuando  $\alpha = 360$  no hay desplazamiento sobre el suelo, pero sí existe rotación del eje corporal. Este tipo de movimiento fue simulador por Dowling[3] en su tesis doctoral. Propuso su utilización para el desplazamiento de los robots ápodos a lo largo del exterior de un tubo, enroscándose alrededor de su perímetro y rodando. Lipkin et al. [4] lo han implementado en sus últimos prototipos.

## 1.7. Desplazamiento lateral

### 1.7.1. Introducción

La categoría de desplazamiento lateral incluye tres modos de caminar diferentes. Todos ellos permiten al robot desplazarse hacia los lados manteniendo su eje longitudinal con la misma orientación. Nos centraremos en el desplazamiento lateral normal. Los otros dos tipos son el desplazamiento lateral inclinado y el de tipo remero que se comentan en los apartados 1.7.8 y 1.7.9 respectivamente.

### 1.7.2. Descripción del movimiento

Este movimiento permite al robot desplazarse hacia ambos lados, sin cambiar su orientación. En inglés se conoce como *side-winding*. Es el que realizan algunos tipos de serpientes cuando se desplazan por la arena. En la figura 1.26 se ha representado la forma del robot durante su desplazamiento. Las líneas discontinuas unen los puntos del suelo que han estado en contacto con su panza y se corresponden con las marcas que dejarían en la arena las serpientes que se moviesen de esta forma.

Este tipo de desplazamiento lateral se consigue mediante la superposición de dos ondas serpentíoides, una en las articulaciones verticales y otra en las horizontales, con el mismo número de ondas. Los parámetros que caracterizan el movimiento son 4:

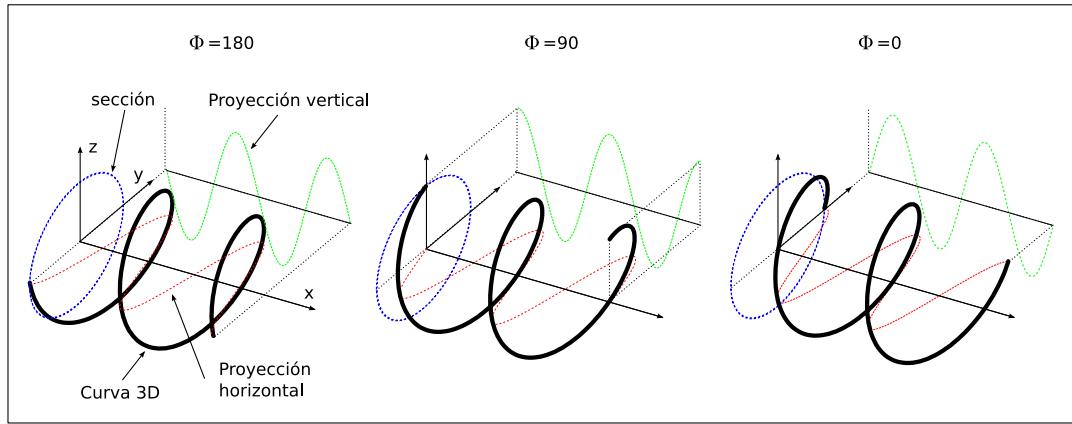


Figura 1.27: Representación de una onda serpentinoide 3D isomorfa en diferentes fases, con  $k = 2$ ,  $\Delta\phi_{vh} = 90$  y  $\alpha_v = \alpha_h$ .

- $\alpha_v$ : Ángulo de serpenteo de la onda vertical
- $\alpha_h$ : Ángulo de serpenteo de la onda horizontal
- $k$ : Número de ondas (mismo para las verticales y las horizontales)
- $\Delta\phi_{vh}$ : Desfase entre las ondas verticales y las horizontales

La forma que adopta el cuerpo del robot es de una onda serpentinoide 3D (apartado ??). Si se aplica la condición de onda plana y el ángulo de serpenteo vertical se hace muy pequeño en comparación con el horizontal este movimiento se puede describir mediante dos parámetros  $\alpha$ ,  $k$  que se corresponden con los de la onda horizontal. En las soluciones obtenidas, el parámetro  $\Delta\phi_{vh}$  es de 90 grados.

### 1.7.3. Forma del robot

En este apartado estudiaremos la forma de la onda serpentinoide 3D en relación con sus cuatro parámetros.

#### 1.7.3.1. Ondas isomorfas

La composición de las dos ondas serpentinoideas con el mismo número de ondulaciones ( $k$ ) hace que aparezca una onda corporal tridimensional que se desplaza a lo largo del eje longitudinal del robot. La forma de esta onda no varía con la fase, sólo se desplaza. Por ello, la proyección sobre el plano  $zy$ , que llamaremos sección, es siempre la misma para todas las fases. A este tipo de ondas serpentinoideas 3D las hemos denominamos **isomorfas**.

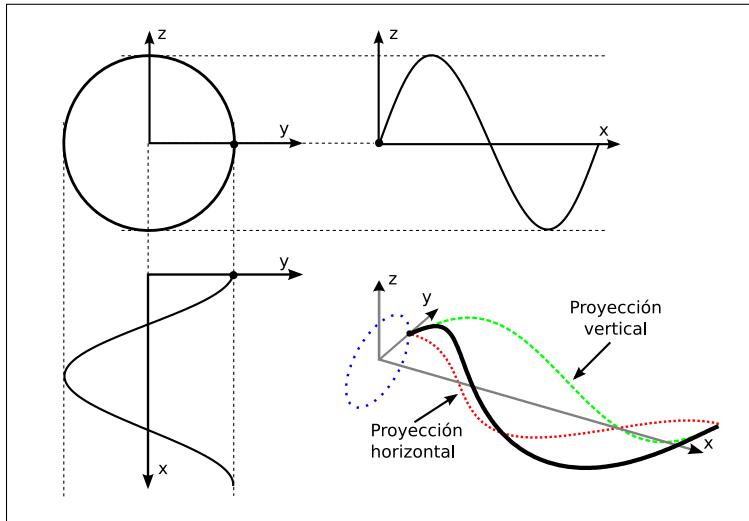


Figura 1.28: Onda isomorfa circular con  $k = 1$ ,  $\alpha_v = \alpha_h$  y  $\Delta\phi_{vh} = 90$  grados

En la figura 1.27 se muestra la propagación de una onda isomorfa entre las fases de 180 y 0 grados, con  $k = 2$ . Se observa que la sección es la misma. Para  $\phi = 0$  la onda se ha desplazado en sentido positivo del eje  $x$ .

El parámetro  $k$  indica el número de ondulaciones que tiene la onda tridimensional.

### 1.7.3.2. Parámetro $\Delta\phi_{vh}$

El parámetro  $\Delta\phi_{vh}$  determina la forma de la sección de la onda, que pueden ser:

- $\Delta\phi_{vh} = 90$ . **Onda isomorfa circular.** La proyección en el plano  $zy$  es una circunferencia (figura 1.28). Como veremos en el siguiente apartado, la relación entre los ángulos de serpenteo varía el escalado en el eje  $z$ .
- $\Delta\phi = 0$ . **Onda isomorfa recta.** La sección es un segmento (figura 1.30). La forma del robot es una onda serpentinoide contenida en un plano perpendicular al  $zy$ .
- $\Delta\phi \in (0, 90)$ . **Onda isomorfa elíptica.** La sección es una elipse cuyo eje mayor es oblicuo al eje  $y$  (figura 1.29). El eje menor varía con la diferencia de fase siendo igual al mayor para  $\Delta\phi = 90$  y 0 para  $\Delta\phi = 0$ .

### 1.7.3.3. Relación $\alpha_v/\alpha_h$

La relación entre los ángulos de serpenteo vertical y horizontal determina la escala de los ejes  $z$  e  $y$  de la sección. Para una relación  $\alpha_v/\alpha_h = 1$ , la sección tiene la misma anchura que altura. Para  $\alpha_v/\alpha_h = 0,5$  la altura será la mitad que la anchura.

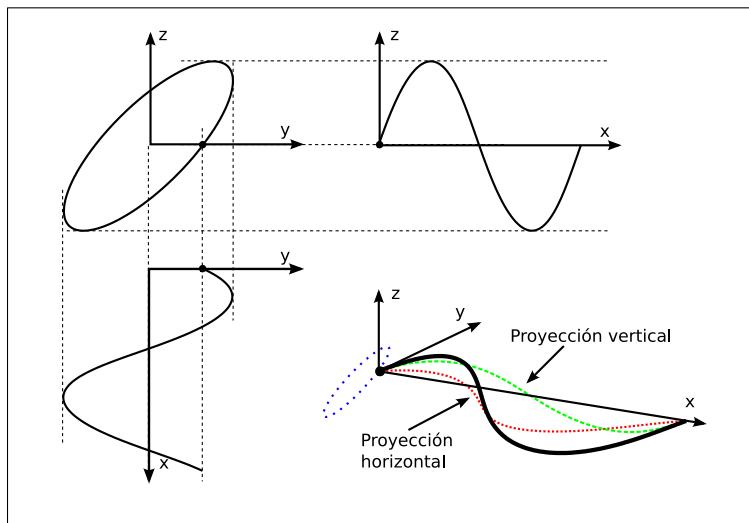


Figura 1.29: Onda isomorfa elíptica con  $k = 1$ ,  $\alpha_v = \alpha_h$  y  $\Delta\phi_{vh} = 45$  grados

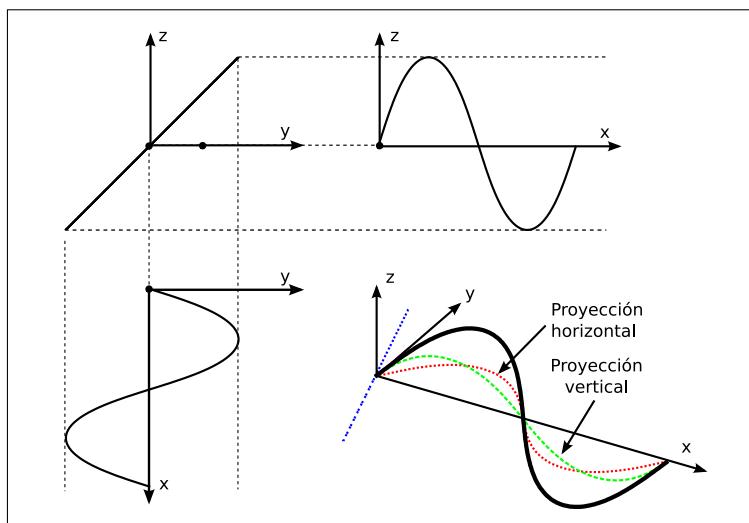


Figura 1.30: Onda isomorfa recta con  $k = 1$ ,  $\alpha_v = \alpha_h$  y  $\Delta\phi_{vh} = 0$  grados

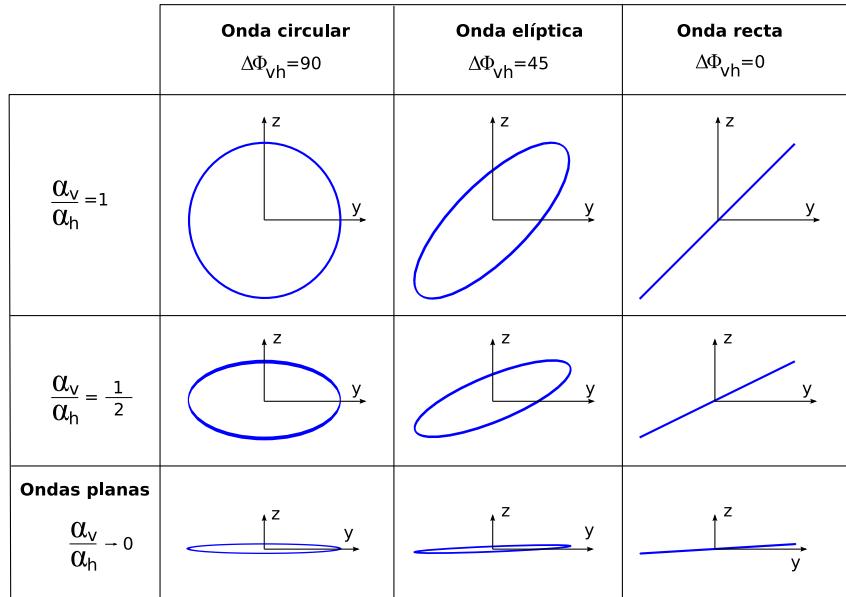


Figura 1.31: Tipos de ondas según los diferentes valores de  $\Delta\phi_{vh}$  y  $\alpha_v/\alpha_h$

Dada la simetría de los robots del grupo cabeceo-viraje, al realizar una rotación de 90 grados sobre su eje longitudinal, los módulos que antes eran verticales ahora pasan a ser horizontales y vice-versa. Así, si la relación  $\alpha_v/\alpha_h$  era igual a  $r$ , tras la rotación de 90 grados la forma del robot será la misma que si se aplicase la relación  $\alpha_v/\alpha_h = 1/r$ . Por ello, sólo estudiaremos los valores  $\alpha_v/\alpha_h \in [0, 1]$ .

Cuando el valor de  $\alpha_v$  es muy pequeño con respecto a  $\alpha_h$  el robot está “aplanado”. Denominamos a estas ondas como **planas** si cumplen que  $\alpha_v/\alpha_h \rightarrow 0$ . Si  $\alpha_v = 0$ , no existirá una onda vertical por lo que el robot tendrá forma de onda serpentinoide situada sobre el plano  $xy$ . La locomoción habrá que estudiarla, por tanto, como la de los robos del grupo viraje-viraje.

#### 1.7.3.4. Ondas isomorfas rectas

La onda isomorfa recta tiene la forma de una onda serpentinoide de parámetros  $\alpha$  y  $k$  que se encuentra situada en un plano que contiene al eje  $x$  y es perpendicular al plano  $zy$ . El valor del ángulo de serpenteo está dado por la expresión:

$$\alpha = \sqrt{\alpha_v^2 + \alpha_h^2} \quad (1.23)$$

El ángulo de inclinación  $\beta$  que forma el plano de la onda con el eje  $y$  es:

$$\beta = \arctan\left(\frac{\alpha_v}{\alpha_h}\right) \quad (1.24)$$

Esta inclinación está determinada por la relación  $\alpha_v/\alpha_h$ . El valor máximo se obtiene para  $\alpha_v/\alpha_h = 1$  y es de 45 grados.

Los valores de los parámetros  $\alpha_h$  y  $\alpha_v$  se obtienen a partir del ángulo de serpenteo y de la inclinación mediante las expresiones:

$$\alpha_v = \alpha \sin \beta, \quad \alpha_h = \alpha \cos \beta$$

La forma del robot cuando se utilizan ondas isomorfas está caracterizada por los tres parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $k$ . Dentro de la categoría de ondas isomorfas rectas también incluiremos aquellas en las que la diferencia de fase  $\Delta\phi_{vh}$  es cercana a cero.

#### 1.7.3.5. Ondas isomorfas planas

Las ondas isomorfas planas tienen la forma de una onda serpentinoide de parámetros  $\alpha$  y  $k$  situada sobre el plano horizontal (xy). El ángulo de serpenteo se aproxima por  $\alpha \approx \alpha_h$ .

El valor del parámetro  $\Delta\phi_{vh}$  no tiene importancia ya que al estar la onda contenida en el plano horizontal la forma circular, elíptica y recta son prácticamente iguales. Otra característica es que la inclinación de las ondas isomorfas planas tiende a cero ( $\beta \rightarrow 0$ ). Por tanto, sólo necesitamos los parámetros  $\alpha$  y  $k$  para caracterizar la forma del robot.

#### 1.7.4. Estabilidad

La estabilidad del desplazamiento lateral se deduce de la forma que tiene su sección y por tanto del tipo de onda empleada. Para que el movimiento sea estáticamente estable tiene que cumplirse que la proyección del centro de gravedad caiga en el interior del polígono de apoyo. Este polígono debe tener al menos tres puntos no alineados.

Primero analizaremos la estabilidad en función del parámetro  $\Delta\phi_{vh}$ . Según sus valores tendremos las ondas circular, elíptica o recta. En la figura 1.32 se muestra la forma de sus secciones y la sección de un robot real situado sobre el suelo. El sistema de referencia formado por xyz está ligado al suelo y el  $x'y'z'$  está en el centro de la sección y nos indica la orientación que tiene.

En el caso de una onda circular, todos los puntos de apoyo están en la misma recta que pasa por el punto  $P$  y es paralela al eje  $x$ . El robot es inestable. Se inclinará hacia la derecha, izquierda u oscilará. Cuando la onda es elíptica sucede lo mismo. Todos los puntos de apoyo están sobre la recta que pasa por  $P$  y por tanto es inestable. Sin embargo, la estabilidad es mayor que en el caso anterior ya que la altura del centro de masas es menor.

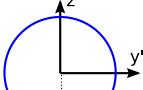
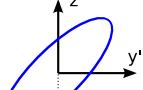
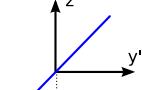
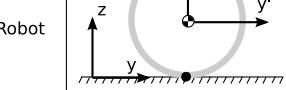
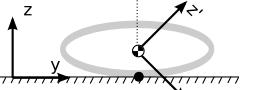
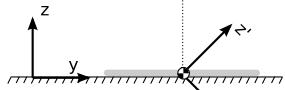
	Onda circular $\Delta\Phi_{vh}=90$	Onda elíptica $\Delta\Phi_{vh}=45$	Onda recta $\Delta\Phi_{vh}=0$
Modelo			
Robot			

Figura 1.32: Estabilidad del robot según su sección

En el caso de la onda recta, el robot sí es estable. El centro de masas está muy cercano al suelo y permanecerá dentro del polígono de apoyo. Si  $\Delta\phi$  tiene un valor cercano a cero, la forma no es una recta sino una elipse muy deformada, con un eje menor muy pequeño. El robot no será estáticamente estable ya que la sección se podrá inclinar hacia un lado u otro, pero esta oscilación será despreciable si  $\Delta\phi$  es suficientemente pequeño.

**Principio de estabilidad I** *Las ondas isomorfas rectas permiten que el desplazamiento lateral del robot sea estable.*

El análisis de la estabilidad según los valores de  $\alpha_v/\alpha_h$  es similar. Cuanto menor sea esta relación, más cerca estará el centro de gravedad del suelo y más estable será el robot. Pero si tiene un valor de cero, entonces sólo existirá una onda serpentinoide horizontal y no habrá desplazamiento lateral. Por tanto, la máxima estabilidad se consigue cuando  $\alpha_v/\alpha_h$  es cercano a cero pero mayor. Es decir, que la onda serpentinoide vertical sea muy pequeña en relación a la horizontal pero con el ángulo de serpenteo lo suficientemente grande como para que se levanten los puntos del suelo y se pueda desplazar.

**Principio de estabilidad II** *Las ondas isomorfas planas permiten que el desplazamiento lateral del robot sea estable.*

### 1.7.5. Tipos de ondas para el desplazamiento

Debido a los principios de estabilidad I y II, el desplazamiento lateral del robot queda caracterizado por la utilización de las **ondas isomorfas planas o rectas**. En ambos casos la forma que tendrá el

Onda isomorfa recta	Onda isomorfa plana
$\alpha$	$\alpha$
$k$	$k$
$\alpha_v/\alpha_h$	$\alpha_v/\alpha_h \rightarrow 0$
$\Delta\phi_{vh} \rightarrow 0$	$\Delta\phi_{vh}$ indiferente

Cuadro 1.2: Parámetros para la realización del desplazamiento lateral

robot será la de una curva serpentinoide apoyada sobre el plano horizontal y caracterizada por los dos parámetros  $\alpha$  y  $k$ . En el caso de la onda recta  $\alpha$  vendrá dado por la ecuación 1.23 y para la onda plana se aproximarán por  $\alpha_h$ .

Además, para las ondas rectas la relación  $\alpha_v/\alpha_h$  permite cambiar la orientación  $\beta$  de los puntos del robot, haciendo que el robot se desplace en posición inclinada (apartado 1.7.8). La información se ha resumido en la tabla 1.2.

Por tanto, el movimiento lateral se caracteriza por los dos mismos parámetros que la locomoción en una dimensión ya que en el caso del modelo alámbrico y continuo la inclinación de los puntos es indiferente.

### 1.7.6. Mecanismo de desplazamiento

#### 1.7.6.1. Marco de estudio

El estudio de los mecanismos para la realización del desplazamiento lo realizaremos suponiendo que se están empleando ondas isomorfas planas y que el valor del parámetro  $\Delta\phi_h$  es de 90 grados. De esta manera podremos hacer dibujos explicativos concretos. También supondremos que  $k > 2$  de manera que al menos existan en todo momento dos puntos de apoyo en la proyección vertical.

A partir de esto analizaremos dónde están situados los puntos de apoyo, qué ocurre en la transición entre dos fases cercanas y finalmente cómo es el movimiento transcurrido un ciclo.

#### 1.7.6.2. Puntos de apoyo

Los puntos de apoyo se encuentran en la parte del robot en la que la coordenada  $z$  es mínima. Es decir, se produce en los valles de la proyección vertical (plano  $zx$ ). Tienen las siguientes propiedades (ver figura 1.33):

1. Todos los puntos de apoyo se encuentran alineados según la dirección del eje  $x$ . Esto es debido a que sólo hay un punto de contacto en la sección del robot (plano  $zy$ ).

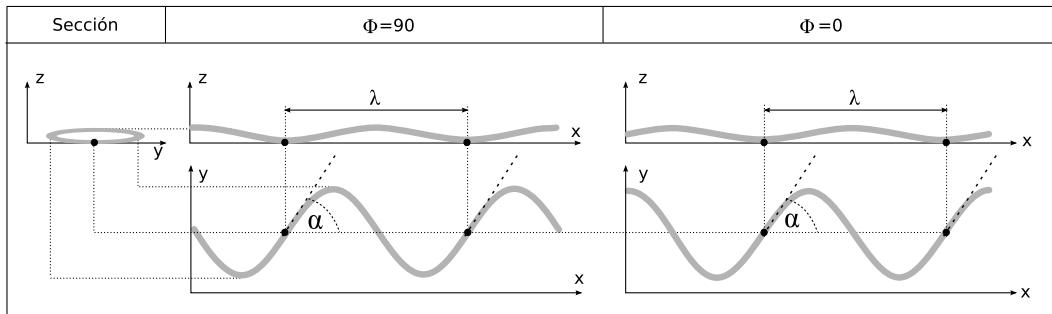


Figura 1.33: Puntos de apoyo para las fases de 0 y 90 grados

2. Están separados una distancia igual a  $\lambda$ , que no varía con la fase.
3. Están situados en el mismo punto de la curva horizontal. Al ser una onda isomorfa, las ondas verticales y horizontales se propagan con la misma velocidad por lo que los puntos de apoyo siempre están en la misma posición relativa en la curva horizontal.
4. Como se ha tomado  $\Delta\phi_{vh} = 90$ , los puntos de apoyo se encuentran en los puntos de la curva horizontal en los que la pendiente es igual al ángulo de serpenteo  $\alpha$ .

En la figura 1.33 se muestran las proyecciones verticales, horizontales y la sección para las fase de 90 y 0.

#### 1.7.6.3. Desplazamiento entre fases próximas

Inicialmente el robot está en la fase  $\Phi_1$ , como se muestra en la figura 1.34a), en la que los puntos de apoyo están situados en las posiciones de la curva  $s = s_i$ . Al pasar a una fase  $\Phi_2$  cercana a  $\Phi_1$  ( $\Phi_2 = \Phi_1 + d\Phi$ ) la onda se propaga y los nuevos puntos de apoyo estarán en  $s_i + dl$ , situados en la dirección tangente a la curva en ese punto.

Por tanto, al pasar de la fase de  $\Phi_1$  a  $\Phi_2$  los puntos de apoyo se desplazan siguiente una línea recta en la dirección que forma un ángulo  $\alpha$  con el eje  $x$ .

#### 1.7.6.4. Desplazamiento durante un ciclo

Al cabo de un ciclo, y suponiendo que no ha existido deslizamiento, los puntos de apoyo se habrán desplazado una distancia igual a la longitud de una ondulación de la curva ( $l_u = l/k$ ), a lo largo de las rectas que forman un ángulo  $\alpha$  con el eje  $x$ , como se muestra en la figura 1.34b).

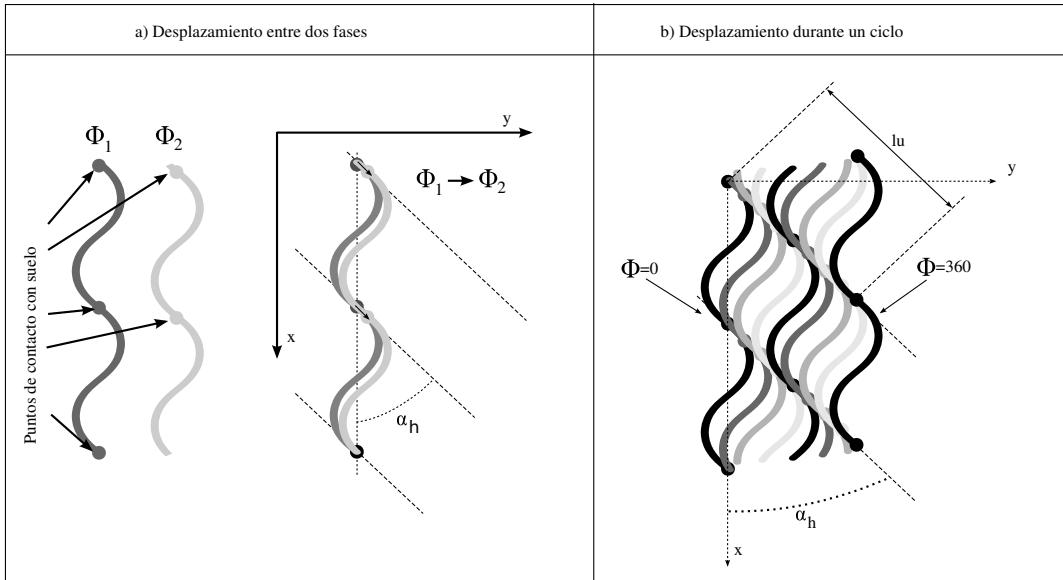


Figura 1.34: Desplazamiento lateral del robot. a) Entre dos fases cercanas. b) A lo largo de un ciclo

### 1.7.7. Cinemática

#### 1.7.7.1. Ecuación del paso

Puesto que no hay rotación, el parámetro cinemático  $\Delta\gamma$  es cero. La ecuación propuesta para el cálculo del paso es:

$$\vec{\Delta r} = \frac{l}{k} ((\cos \alpha - \lambda_n) \hat{x} + \sin \alpha \hat{y}) \quad (1.25)$$

donde  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$  son los vectores unitarios en los ejes  $x$  e  $y$  respectivamente y  $l$  es la longitud del robot.  $\lambda_n$  es la longitud de onda de una serpentinoide de longitud 1 y número de ondas igual a 1 que se calcula como  $\lambda_n = x(1)$  donde  $x(s)$  es la función definida en ??.

El módulo del paso es:

$$|\vec{\Delta r}| = \frac{l}{k} \sqrt{1 + \lambda_n^2 - 2\lambda_n \cos \alpha} \quad (1.26)$$

y la dirección del desplazamiento, definida como el ángulo  $\gamma$  que forma con respecto al eje  $y$  es:

$$\gamma = -\arctan \left( \frac{\cos \alpha - \lambda_n}{\sin \alpha} \right) \quad (1.27)$$

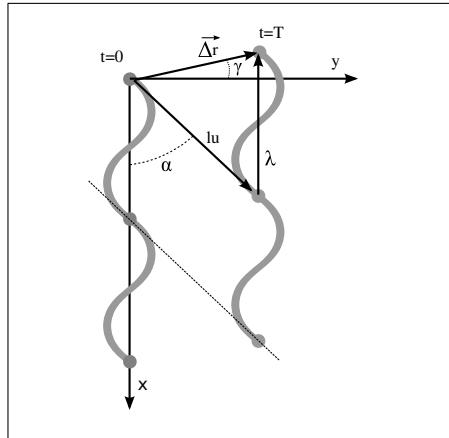


Figura 1.35: Deducción del paso del robot

#### 1.7.7.2. Demostración

La deducción de la ecuación 1.25 se obtiene a partir de la figura 1.35. El paso se obtiene por la siguiente suma vectorial:

$$\vec{\Delta r} = \vec{l}_u + \vec{\lambda} \quad (1.28)$$

$\vec{l}_u$  es un vector cuyo módulo es la longitud de una ondulación y forma un ángulo  $\alpha$  con el eje x. Está dado por tanto por la expresión:

$$\vec{l}_u = \frac{l}{k} \cos \alpha \hat{x} + \frac{l}{k} \sin \alpha \hat{y}$$

El vector  $\vec{\lambda}$  tiene como módulo la longitud de onda de la curva y está orientado hacia el sentido negativo del eje x:

$$\vec{\lambda} = -\lambda \hat{x}$$

Operando en 1.28 se llega a la expresión:

$$\vec{\Delta r} = \frac{l}{k} \cos \alpha - \lambda \hat{x} + \frac{l}{k} \sin \alpha \hat{y} \quad (1.29)$$

La longitud de onda de una curva serpentinoide se puede expresar en función de la serpentinoide normalizada como:

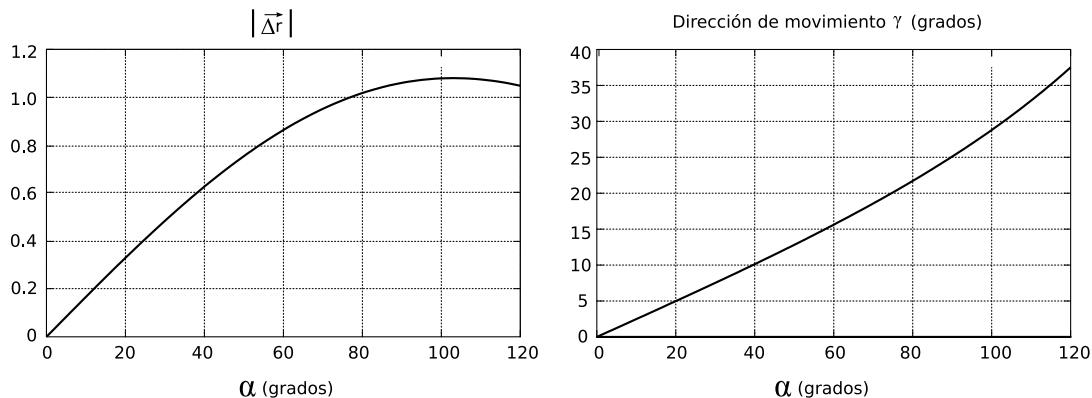


Figura 1.36: Variación del módulo del paso y la dirección del movimiento en función del parámetro  $\alpha$

$$\lambda = \frac{l}{k} \lambda_n$$

Sustituyendo en la ecuación 1.29 se llega a la expresión final que se quería demostrar.

#### 1.7.7.3. Variación con $\alpha$

La variación del módulo del paso y del ángulo  $\gamma$  se muestran en la figura 1.36 para un robot de longitud unitaria y una ondulación.

Al aumentar el ángulo de serpenteo, aumenta el paso del robot y la trayectoria se aleja de la dirección del eje y.

#### 1.7.7.4. Sentido del desplazamiento

Para un mismo valor del parámetro  $\alpha$  el desplazamiento se puede hacer en dos direcciones diferentes, y en cada una de ellas en ambos sentidos, como se muestra en la figura 1.37a).

El signo de  $\Delta\phi_{vh}$  establece en cuál de las dos direcciones se desplazará el robot, que serán las determinadas por  $\gamma$  y  $\gamma - 180$ . En la figura 1.37b) se muestran las dos familias de puntos de apoyo que habrá según el signo de la diferencia de fase. Bien se moverán por las rectas que forman  $\alpha$  grados con el eje x o bien por las que forman  $-\alpha$ .

El sentido de propagación de la onda determina el signo del paso. Así, si el paso está dado por  $\vec{\Delta r}$ , un cambio en la dirección de propagación de la onda hace que sea el opuesto:  $-\vec{\Delta r}$ .

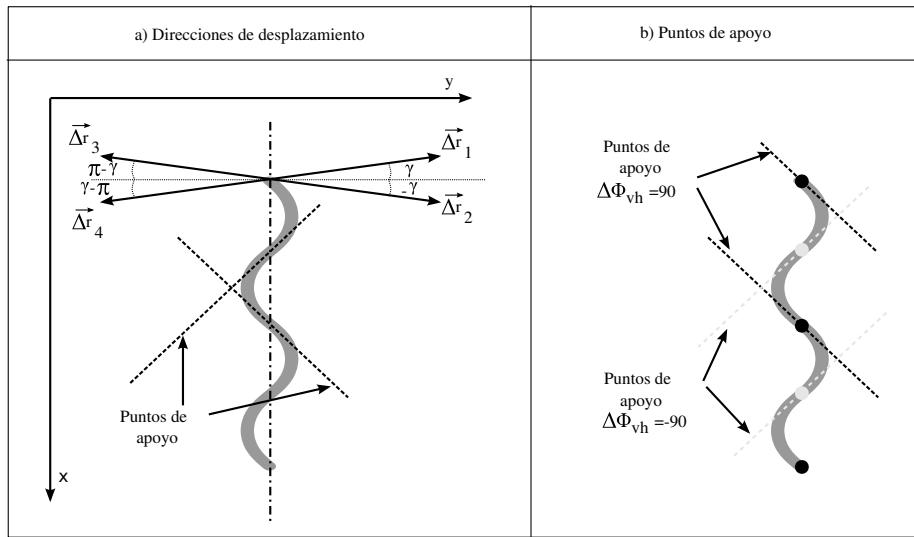


Figura 1.37: a) Todas las posibles direcciones de desplazamiento para un robot con ángulo de serpenteo  $\alpha$  fijo. b) Posición de los puntos de apoyo en función del signo del parámetro  $\Delta\phi$

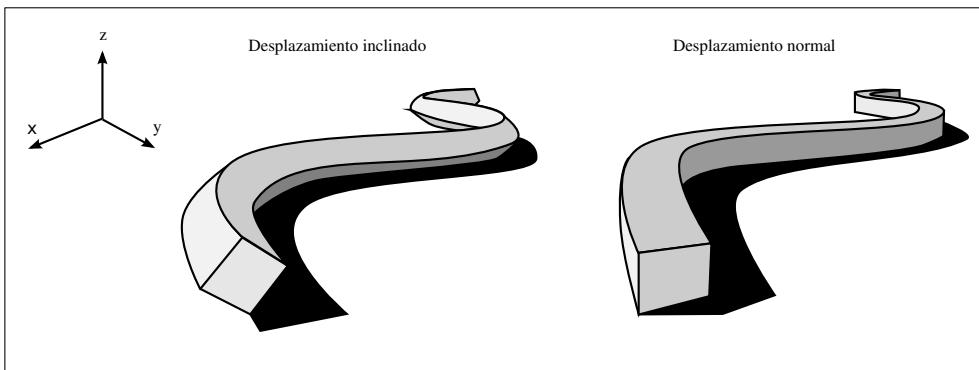


Figura 1.38: Desplazamientos laterales inclinado y normal

### 1.7.8. Desplazamiento inclinado

El desplazamiento lateral, como vimos en el apartado 1.7.5 se realiza mediante la utilización de ondas isomorfas planas o rectas. En ambos casos los parámetros  $\alpha$  y  $k$  nos permite determinar la forma del robot durante ese desplazamiento.

Cuando se utilizan ondas rectas, además es posible controlar la inclinación del robot, definido por el ángulo  $\beta$  que se calcula según la ecuación 1.24. Para las ondas planas, la inclinación siempre será de cero grados (o un valor próximo a cero).

En la figura 1.38 se han dibujado dos robots continuos con secciones cuadradas que se están desplazando usando ondas rectas (izquierda) y planas (derecha). Se han escogido robots de secciones

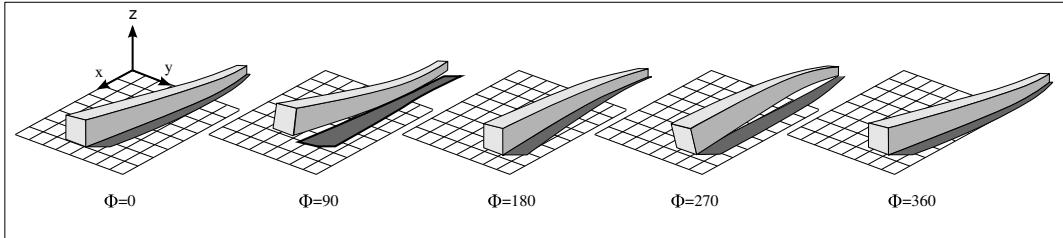


Figura 1.39: Movimiento tipo remero

cuadradas para poder apreciar las diferencias en la inclinación. El robot de la izquierda está inclinado un ángulo máximo beta de 45 grados.

Un tipo de desplazamiento inclinado fue estudiado por Mori et al.[5] e implementado en el prototipo ACM-R3. El movimiento logrado, descrito usando los parámetros y nomenclaturas de esta tesis, está basado en ondas isomorfas rectas con  $\Delta\phi_{vh} = 0$ , de manera que todos los puntos de la parte inferior del robot están en contacto con el suelo. Debido a que el ACM-R3 posee ruedas pasivas, al propagarse la onda serpantinoide el robot es propulsado hacia adelante o hacia atrás.

El movimiento que hemos propuesto permite al robot realizar un desplazamiento lateral de manera inclinada. Para ello el parámetro  $\Delta\phi_{vh}$  tiene que ser diferente de cero, pero lo suficientemente pequeño. Se trata de un movimiento nuevo, no estudiado previamente por otros investigaciones, a nuestro leal saber.

### 1.7.9. Desplazamiento tipo remero

El movimiento de tipo remero permite al robot desplazarse lateralmente de una forma diferente al que se consigue por medio de las ondas planas o rectas. En la figura 1.39 se muestra el movimiento de un robot de sección cuadrada, en cinco fases diferentes. Es un movimiento similar al que realiza un remero en una barca, que hace oscilar los dos remos a la vez para propulsarse. Los extremos del robot siguen trayectorias circulares. En la fase inicial,  $\phi = 0$ , todo el cuerpo está apoyado sobre el suelo y tiene una forma ligeramente curvada hacia atrás, estando el punto medio más adelantado que los extremos. A continuación los extremos se elevan y se desplazan circularmente hacia adelante, permaneciendo la parte central de la panza del robot en contacto con el suelo. En la fase  $\phi = 180$  la situación es similar que en la fase inicial pero con el cuerpo curvado hacia adelante, de manera que ahora el punto central está más retrasado que los extremos. Finalmente el centro del robot se levanta y mueve hacia adelante apoyándose en los extremos.

Este movimiento se realiza aplicando las mismas ondas circulares que en el movimiento de rodar (apartado 1.6). Lo que diferencia un movimiento de otro es la curvatura del cuerpo del robot. Para ángulos  $\alpha$  menores de un  $\alpha_{min}$  (ver apartado 1.6.6.2) se realiza el desplazamiento lateral y para ángulo mayores el robot rueda.

Este movimiento, que en inglés denominan *flapping*, fue simulado por primera vez por Downing[3] en su tesis doctoral. Chen et al.[2] lo implementaron y realizaron experimentos con un robot modular de 10 módulos. Sin embargo, no propusieron una ecuación para determinar el  $\alpha_{min}$  ni estudiaron los mecanismos de por qué se realiza uno u otro tipo de movimiento.

El desplazamiento tipo remero es lento, con comparación con el desplazamiento lateral (*side-winding*). Además, el par de los motores tiene que ser mayor según aumenta la longitud del robot, para que los extremos se puedan levantar. Sin embargo, tiene la ventaja de que permite que el número de módulos necesarios para realizarlo sea de sólo tres, como se demuestra con el movimiento de la configuración mínima de tipo cabeceo-viraje-cabeceo presentada en el capítulo ??.

### 1.7.10. Modelo discreto

#### 1.7.10.1. Ecuaciones

Las ecuaciones para los ángulos de doblaje de las articulaciones verticales y horizontales se obtienen a partir de las ecuaciones generales ?? y ?? aplicando la condición de onda isomorfa ( $k_v = k_h$ ):

$$\varphi_{v_i} = 2\alpha_v \sin\left(\frac{2\pi k}{M}\right) \sin\left(\phi + \phi_0 + \frac{4\pi k}{M}(i-1)\right), \quad i \in \left\{1 \dots \frac{M}{2}\right\}$$

$$\varphi_{h_i} = 2\alpha_h \sin\left(\frac{2\pi k}{M}\right) \sin\left(\phi + \phi_0 + \frac{4\pi k}{M}(i-1) + \frac{2\pi k}{M} + \Delta\phi_{vh}\right), \quad i \in \left\{1 \dots \frac{M}{2}\right\}$$

La fase inicial  $\phi_0$  determina la forma del robot en el instante inicial y para el movimiento en régimen permanente se puede igualar a cero.

Expresadas en función de los parámetros de los osciladores y tomando como fase inicial  $\phi_0 = 0$  las ecuaciones quedan:

$$\varphi_{v_i} = A_v \sin(\phi + \Delta\phi(i-1))$$

$$\varphi_{h_i} = A_h \sin\left(\phi + \Delta\phi(i-1) + \frac{\Delta\phi}{2} + \Delta\phi_{vh}\right)$$

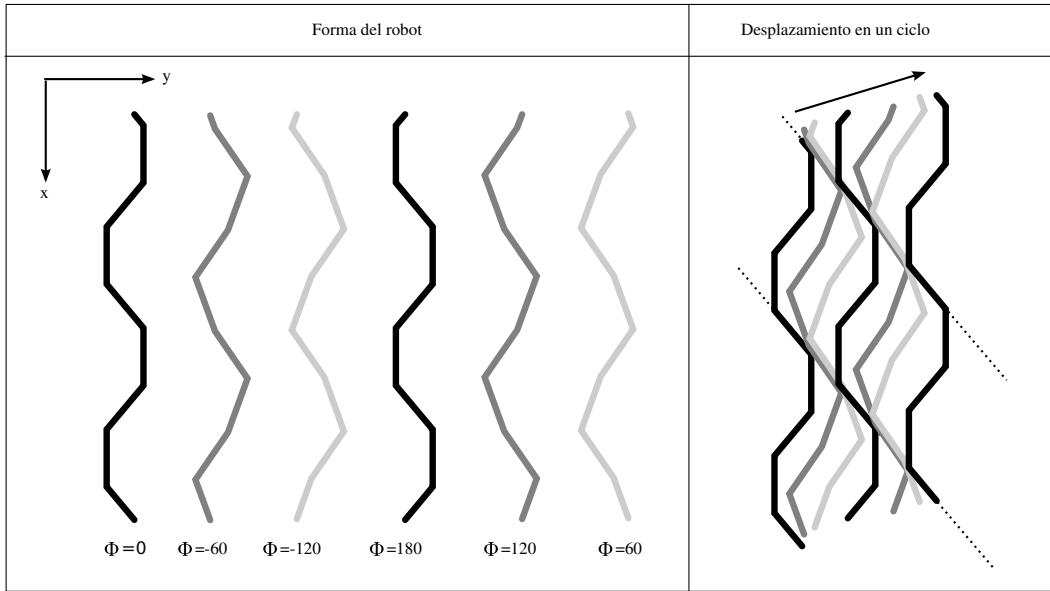


Figura 1.40: Desplazamiento lateral de un robot árido discreto de 16 módulos, cuando se utiliza una onda isomorfa plana circular con  $k = 2$  y  $\alpha = 40$ . a) Forma del robot en diferentes fases. b) Desplazamiento del robot durante un ciclo

#### 1.7.10.2. Forma del robot

La forma que adopta el robot al desplazarse cuando se utilizan ondas isomorfas planas o rectas es la de una serpantinoide discreta con parámetros  $\alpha$  y  $k$ . Por tanto, las dimensiones del robot se pueden calcular aplicando las mismas ecuaciones que en el caso de la locomoción en una dimensión teniendo en cuenta que los bloques son del tipo viraje y los parámetros  $d$  y  $d_0$  son respectivamente  $3L/2$  y  $2L$  (ver tabla ??).

En la figura 1.40 se muestra el desplazamiento de un robot árido de 16 módulos. En el caso continuo, la forma del robot es siempre la misma, sólo que desplazada. Las pendientes de los puntos son siempre las mismas. En el caso discreto, la forma cambia con la fase y por tanto las pendientes de los puntos también varían.

#### 1.7.10.3. Número mínimo de módulos

El análisis del mínimo número de módulos se realiza de la misma manera que en el caso de la locomoción en 1D. Hay que aplicarlo a una onda serpantinoide horizontal y sólo tener en cuenta los módulos horizontales. Al asignar un valor de  $\Delta\Phi$  igual a 180 grados, no existe propagación de la onda y por tanto no hay desplazamiento del robot. Además, para poder usar las ecuaciones de las dimensiones del robot, al menos debe existir una ondulación ( $k \geq 1$ ).

Parámetro	Descripción	Rango
$M$	Número de módulos (vert+horiz)	$M > 6$
$\alpha$	Ángulo de serpenteo	$\alpha \leq \alpha_{max} \leq 120$
$k = k_v = k_h$	Número de ondulaciones (vert. y horiz.)	$k \in [1, M/4]$
$A$	Amplitud de los generadores horiz.	$A \leq A_{max} \leq 90$
$\Delta\phi$	Diferencia de fase gen. horiz.	$\Delta\phi \in (-180, 180)$

Cuadro 1.3: Rango de valores de los parámetros para el desplazamiento lateral de los robots ápodos discretos

Usando el mismo criterio que para la locomoción en 1D, si el número de módulos horizontales es 2 ( $k = 1$ ) se tiene una diferencia de fase de 180 grados, que no permite el movimiento. Por tanto, al menos deben existir 3 módulos horizontales, y como las configuraciones de cabeceo-viraje tienen el mismos número de horizontales que verticales, tenemos que el mínimo número de módulos es 6.

Para el movimiento tipo remero, sin embargo, el mínimo número de módulos es de cuatro. Pero una configuración de tipo cabeceo-viraje-cabeceo de sólo tres módulos puede realizar también este movimiento, como se muestra en el capítulo ??.

#### 1.7.10.4. Limitaciones

Los parámetros  $A$  y  $\alpha$  tienen las mismas limitaciones que en el caso del movimiento en línea recta (apartado ??): limitación por geometría y por tope del servo. Por ello, en general se verifica que  $\alpha \leq \alpha_{max} \leq 120$  y  $A \leq A_{max} \leq 90$  donde  $\alpha_v$  y  $A_v$  están dadas por las ecuaciones ?? y ?? respectivamente. Esas ecuaciones hay que aplicarlas teniendo en cuenta que se tienen  $M/2$  módulos horizontales.

En la tabla 1.3 se han resumido los rango de valores de los parámetros.

Cuando se emplea el movimiento inclinado, la limitación de  $\alpha$  implica que los valores de  $\alpha_h$  y  $\alpha_v$  cumplan la restricción:

$$\sqrt{\alpha_v^2 + \alpha_h^2} \leq \alpha_{max}$$

Para una inclinación máxima de 45 grados, donde  $\alpha_h = \alpha_v$ , el valor de  $\alpha_h$  será siempre menor o igual que:

$$\alpha_h \leq \frac{120}{\sqrt{2}} = 84,85 \text{ grados}$$

### 1.7.11. Resumen

Un robot del tipo cabeceo-viraje de  $M$  módulos puede desplazarse lateralmente cuando se utilizan ondas isomorfas de tipo rectas o planas. Esto se consigue mediante la superposición de dos ondas serpentínoides, una en las articulaciones horizontales y otra en las verticales, ambas con el mismo número de ondulaciones.

Existen tres tipos de desplazamiento lateral según las ondas empleadas.

1. **Movimiento principal.** Es similar al que realizan algunos tipos de serpientes al desplazarse por la arena (*side – winding*) se consigue utilizando ondas planas, en las que el ángulo de serpenteo de las articulaciones verticales es muy pequeño con respecto a las horizontales.
2. **Desplazamiento inclinado.** Es igual que el anterior pero el cuerpo del robot está rotado un ángulo beta con respecto a su eje corporal. Se consigue mediante la utilización de ondas rectas, con un valor de  $\Delta\phi_{vh}$  cercano a cero. La relación entre los parámetros  $\alpha_v$  y  $\alpha_h$  determinan el ángulo de inclinación. Es un movimiento que no ha sido estudiado previamente por otros investigaciones, a nuestro leal saber.
3. **Movimiento tipo remero.** Se consigue aplicando dos ondas circulares iguales en las que su parámetro  $\alpha$  es menor de un ángulo límite  $\alpha_{min}$ .

## 1.8. Rotación

### 1.8.1. Introducción

Existen al menos dos modos de caminar que permiten a los robots apodos del grupo cabeceo-viraje realizar una rotación paralelamente al suelo, cambiando la orientación de su eje longitudinal. Son la rotación en “S” y en “U”. Nos centraremos en la primera que es el que permite realizar la rotación a robots de cualquier longitud. La segunda se describe en el apartado 1.8.7.

### 1.8.2. Descripción del movimiento

Mediante el movimiento de rotación el robot gira paralelamente al suelo cambiando la orientación de su eje longitudinal un ángulo  $\Delta\gamma$  en sentido horario o antihorario. Permite al robot cambiar su orientación, enfocando la cabeza hacia la dirección deseada. Es una manera de desplazarse nueva, que no se encuentra en la naturaleza y que no ha sido estudiado ni implementado en ningún robot de tipo apodo, a nuestro leal saber.

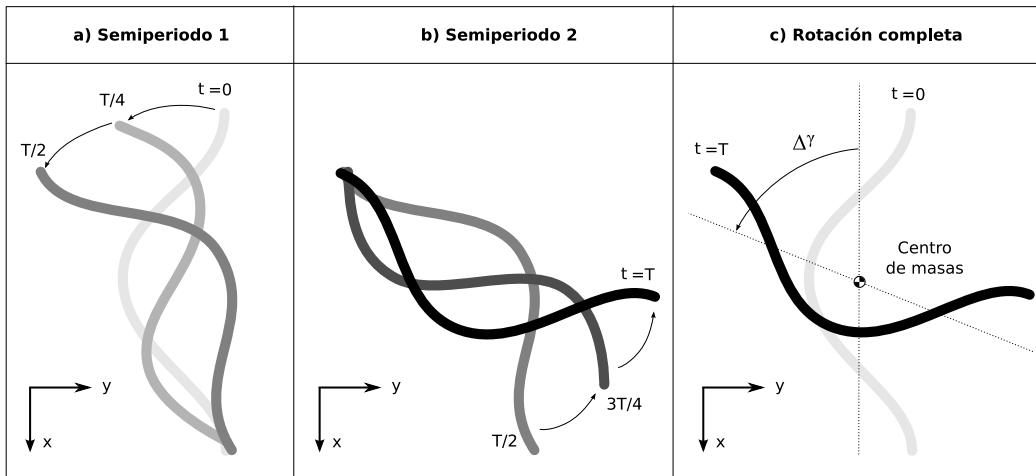


Figura 1.41: Movimiento de rotación durante un periodo, dividido en los dos semiperíodos. a) Rotación durante el primer semiperíodo. b) Segundo semiperíodo. c) Posiciones iniciales y finales.

En la figura 1.41c) se muestran las posiciones iniciales y finales del robot una vez transcurrido un ciclo. La rotación se mide con respecto a los ejes longitudinales del robot que pasan por su centro de masas. En las figuras 1.41a) y b) se muestra la forma del robot durante la rotación en los semiperíodos 1 y 2.

Este movimiento se consigue realizar mediante la superposición de dos ondas serpentíoides, una en las articulaciones verticales y otra en las horizontales, con diferente número de ondas. Los parámetros son:

- $\alpha_v$ : Ángulo de serpenteo de la onda vertical
- $\alpha_h$ : Ángulo de serpenteo de la onda horizontal
- $k_v$ : Número de ondas verticales
- $k_h$ : Número de ondas horizontales
- $\Delta\phi_{vh}$ : Desfase entre las ondas verticales y las horizontales

La forma que adopta el cuerpo del robot es de una onda serpentíoides 3D (apartado ??). En las soluciones encontradas, el número de ondas de la onda vertical es el doble de la horizontal ( $k_v = 2k_h$ ) y  $\Delta\phi_{vh} = 0$ . La onda además es plana por lo que  $\alpha_v \ll \alpha_h$ . El movimiento se puede reducir a dos grados de libertad, determinado por los parámetros  $\alpha$  y  $k$ , que se corresponden con los parámetros de la onda horizontal.

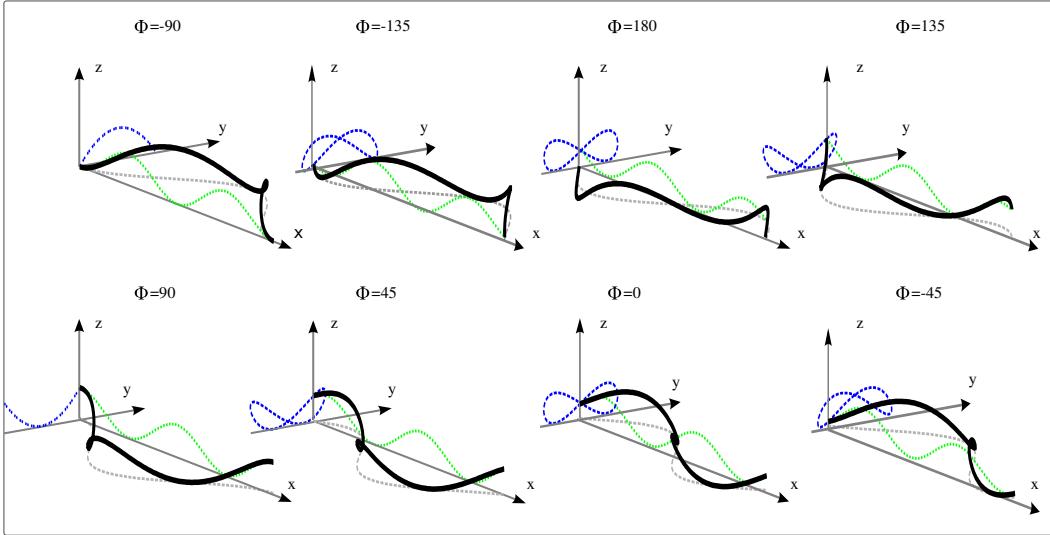


Figura 1.42: Forma del robot cuando se superponen dos serpentinoides con  $k_v = 2$  y  $k_h = 1$ ,  $\Delta\phi_{vh} = 0$

### 1.8.3. Forma del robot

#### 1.8.3.1. Ondas no isomorfas

Cuando las ondas serpentinoides que se superponen tienen diferentes números de ondas ( $k_v \neq k_h$ ) la forma de la onda 3D varía con la fase. Su proyección en el plano  $zy$  no será una curva constante, como en el caso de las isomorfas, sino que irá cambiando según se va propagando.

Al tener diferentes valores para  $k_v$  y  $k_h$ , la onda vertical se propaga a una velocidad distinta que la horizontal, por lo que los puntos en contacto con el suelo no están en las mismas posiciones relativas de la curva para todas las fases, sino que se van moviendo. La interacción entre los puntos de contacto con el suelo no es uniforme. Aparecerán, en general, fuerzas diferentes para estos puntos, por lo que el robot tenderá a rotar. La relación  $k_v/k_h$  determina los puntos de apoyo que aparecerán en el robot y cómo estos se desplazan por su cuerpo, determinando el tipo de movimiento.

Cuando  $k_v/k_h \neq 1$  la onda es no isomorfa. Los puntos de apoyo en el suelo varían su distancia relativamente unos con respecto a otro y en general provocan un cambio en la orientación. Sin embargo, la cantidad de posibles movimientos es infinito. La solución encontrada es válida para robots con un número de módulos  $M \geq 3$ . En ella  $k_v/k_h = 2$  y  $\Delta\phi_{vh} = 0$ .

#### 1.8.3.2. Onda con $k_v/k_h = 2$ y $\Delta\phi_{vh} = 0$

En la figura 1.44 se muestra la forma de la onda cuando  $k_v = 2$ ,  $k_h = 1$  y  $\Delta\phi_{vh} = 0$ . Puesto que es no isomorfa, la forma cambia con la fase. La proyección en el plano  $zy$  tiene diferentes formas según la

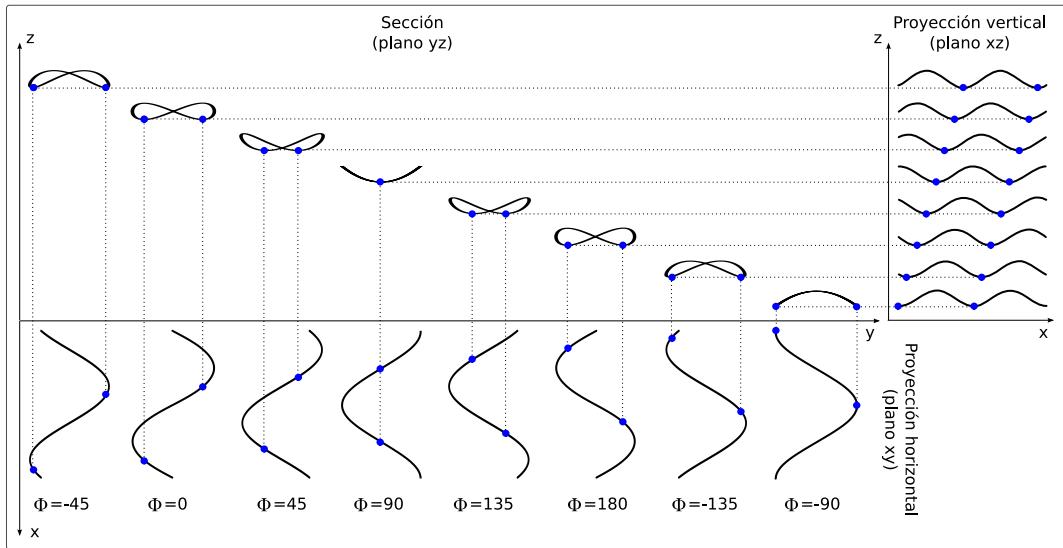


Figura 1.43: Proyecciones de la forma del robot en los planos  $yz$  (superior),  $xz$  (derecha) e  $xy$  (inferior) y situación de los puntos de apoyo

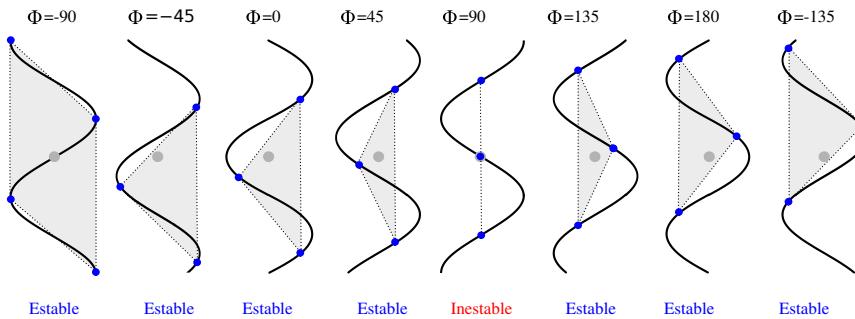
fase.

#### 1.8.4. Estabilidad

Estudiaremos la estabilidad de la onda cuando  $k_v/k_h = 2$  y  $\Delta\phi_{vh} = 0$ . En la figura 1.43 se muestran las proyecciones en los planos  $yz$  (sección),  $xz$  (proyección vertical) y  $xy$  (proyección horizontal) junto con los puntos de apoyo, cuando  $k_h = 1$ . En esta situación sólo hay dos puntos de apoyo, que garantizan la estabilidad en el plano  $xz$ . Sin embargo, en el modelo alámbrico es inestable con respecto al eje  $x$ . Es necesario que al menos existan tres puntos de contacto con el suelo en el plano  $xy$ . El robot rotará un ángulo alrededor de  $x$  hasta que aparezca el tercer punto de apoyo.

Los puntos de apoyo se van moviendo por la proyección horizontal. Su posición relativa al eje de simetría va cambiando. Para la fase de -90 grados están en su punto más lejano. Según va cambiando la fase, los puntos se van acercando al eje hasta que para una fase de -90 están alineados con él. El movimiento relativo de estos puntos tiene dos componentes: una paralela al eje de simetría y otra perpendicular a él. Es este movimiento de acercamiento y alejamiento perpendicular al eje el que hace que se produzca la rotación.

Para conseguir estabilidad en general serán necesarios tres puntos de apoyo al menos por lo que se debe cumplir que  $k_h \geq 1,5$ . En esta situación el centro de gravedad cae dentro del polígono formado por los tres puntos de apoyo en todas las fases salvo para  $\phi = 90$ , donde los puntos están alineados y por tanto el robot volcará hacia la izquierda, la derecha u oscilará (figura 1.44)

Figura 1.44: Estabilidad para  $kh=1.5$ 

Sin embargo, si en vez del modelo alámbrico se emplea uno con sección cuadrada, esta inestabilidad desaparece.

Otra forma de conseguir estabilidad es utilizar ondas planas en las que  $\alpha_v/\alpha_h \rightarrow 0$ . En ese caso, al igual que con el *side-winding*, el centro de gravedad del robot está muy cercano al suelo y aunque no existan tres puntos de apoyo en todo momento y el robot oscile, estas variaciones serán pequeñas.

Por tanto hay dos criterios para la estabilidad:

**Criterio de estabilidad I**  $kh \geq 1,5$  y que la sección sea cuadrada

**Criterio de estabilidad II** Ondas planas no isomorfas.  $\alpha_v/\alpha_h \rightarrow 0$

### 1.8.5. Mecanismo de rotación

El mecanismo de rotación es debido a la interacción de los puntos de apoyo con el suelo. Estos puntos se desplazan a lo largo del cuerpo del robot. La rotación en un ciclo se puede dividir en dos etapas: rotación durante el primer semiperíodo (de  $t = 0$  a  $T/2$ ) y segundo (de  $t = T/2$  a  $T$ ). Tomamos como fase inicial  $\phi = 90$ , donde los puntos de apoyo están alineados con el eje longitudinal del robot. Consideraremos que el robot está formado por dos partes de longitud  $l/2$ : el brazo superior y el inferior. Los puntos de apoyo serán  $P_1$  y  $P_2$ . La propagación de la onda es en el sentido positivo del eje longitudinal ( $x > 0$ ).  $P_1$  y  $P_2$  dividen la curva en tres partes que llamaremos extremo superior, medio e inferior. Finalmente, a los extremos del robot los denominaremos extremo superior e inferior. Inicialmente se encuentran en los puntos de la curva  $s = l/4$  y  $s = 3/4l$  respectivamente. Según se propaga la onda,  $P_1$  se acerca al punto medio del robot  $s = 1/2$  y  $P_2$  al extremo  $s = l$ . Según avanza, el brazo superior se hace más largo y el inferior más corto. El superior se va doblando a la izquierda a medida que  $P_1$  y  $P_2$  se desplazan mientras que el inferior tiende a quedarse en su posición.

En el segundo semiperíodo  $P_2$  desaparece y aparece uno nuevo,  $P_3$  en  $s = 0$ .  $P_1$  y  $P_3$  se desplazan hasta que lleguen a sus posiciones situadas en  $s = 3/4l$  y  $s = 1/4l$  respectivamente. Ocurre lo contrario que

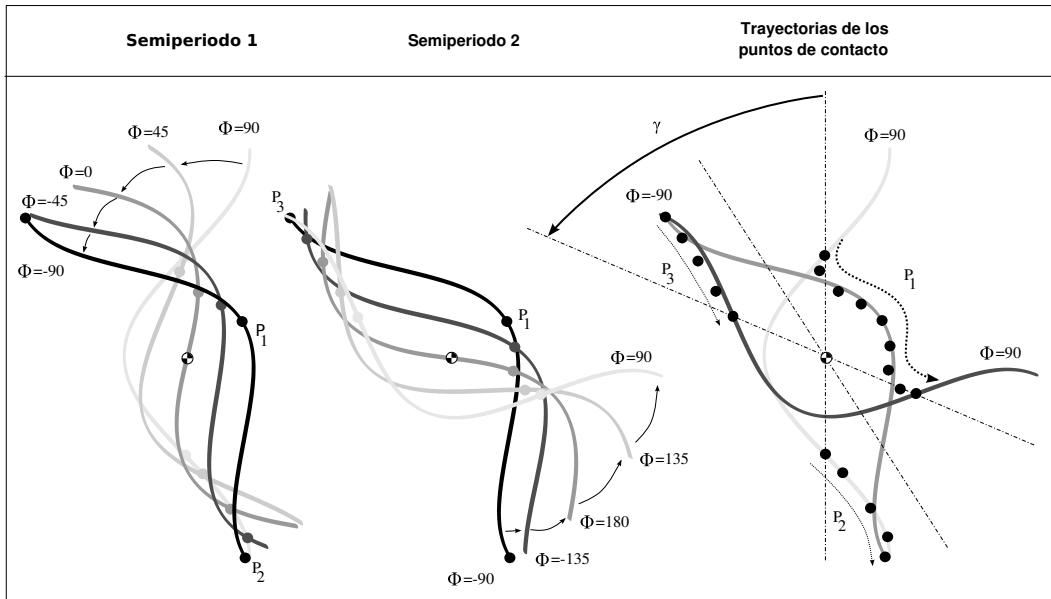


Figura 1.45: Puntos de contacto con el suelo durante la rotación, cuando  $kv=2$ ,  $kh=1$  y  $DFvh=0$

en el semiperíodo anterior. Ahora es el brazo derecho, que es más largo, el que tiende a doblarse hacia la derecha mientras que el izquierdo tiende a permanecer en su sitio.

Al finalizar el periodo,  $P_1$  ha recorrido una distancia igual a  $l/2$  pasando de  $s = 1/4l$  a  $3/4l$ .

### 1.8.6. Cinemática

#### 1.8.6.1. Ángulo de rotación

Para conocer la ecuación para la obtención del ángulo de giro en función de los parámetros de la curva serpentinoide horizontal, cuando se están empleando ondas planas, hay que hacer un análisis de la dinámica y obtener las componentes de fuerza que actúan sobre los puntos de apoyo y los pares que generan respecto al centro de gravedad. Este análisis cae fuera de los límites de esta tesis y será abordado en los trabajos futuros.

Dada la simetría del movimiento en los dos semiperíodos, durante la discusión hablaremos del ángulo de rotación en un semiperíodo  $\gamma_s$ . Asumiremos que la rotación total es:  $\gamma = 2\gamma_s$ .

#### 1.8.6.2. Variación con alfa

Por los experimentos realizados (capítulo ??) comprobamos que el ángulo rotado crece con el ángulo de serpenteo  $\alpha_h$ .

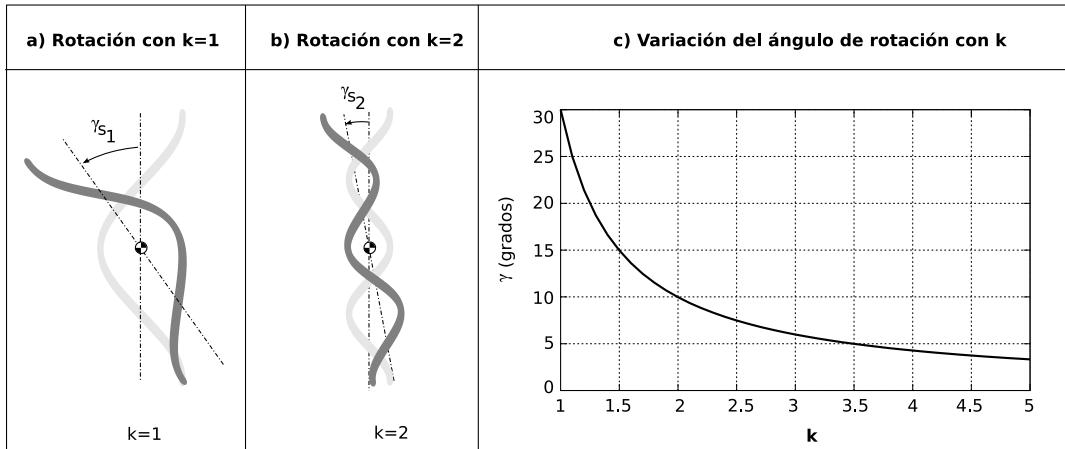


Figura 1.46: Ángulo de rotación en función de  $k$ . a) rotación para  $k = 1$ . b) Rotación para  $k = 2$ . c)Variación del ángulo de rotación con  $k$

#### 1.8.6.3. Variación con $k$

La variación del ángulo de rotación con  $k$  está dado por la expresión:

$$\gamma = 4 \arcsin \left( \frac{\sin(\frac{\gamma}{4})}{2k - 1} \right) \quad (1.30)$$

donde  $\gamma_1$  es el ángulo rotado cuando  $k = 1$ . En la gráfica 1.46c se muestra la relación cuando  $\gamma_1$  es de 30 grados. Se puede ver que al aumentar  $k$  el ángulo de rotación disminuye. En las figuras 1.46a) y b) se muestra el ángulo girado en un semiperíodo para  $k = 1$  y  $k = 2$ .

#### 1.8.6.4. Demostración

Deduciremos la ecuación 1.30. Estudiaremos la variación de ángulo de giro durante un semiperíodo. Denominamos  $\gamma_{s1}$  al ángulo del semiperíodo 1 cuando  $k = 1$  y  $\gamma_s$  para  $k > 1$ . Los ángulos de giros en un periodo serán respectivamente:

$$\gamma_1 = 2\gamma_{s1}, \quad \gamma = 2\gamma_s \quad (1.31)$$

Partiremos de la fase inicial  $\phi = 90$  y tomaremos como referencia el punto P que se encuentra a una distancia de  $\lambda/4$  del centro de masas (figura 1.47a). Al finalizar el semiperíodo, el robot ha rotado un ángulo  $\gamma_{s1}$ . El módulo de su vector desplazamiento está dado por la expresión:

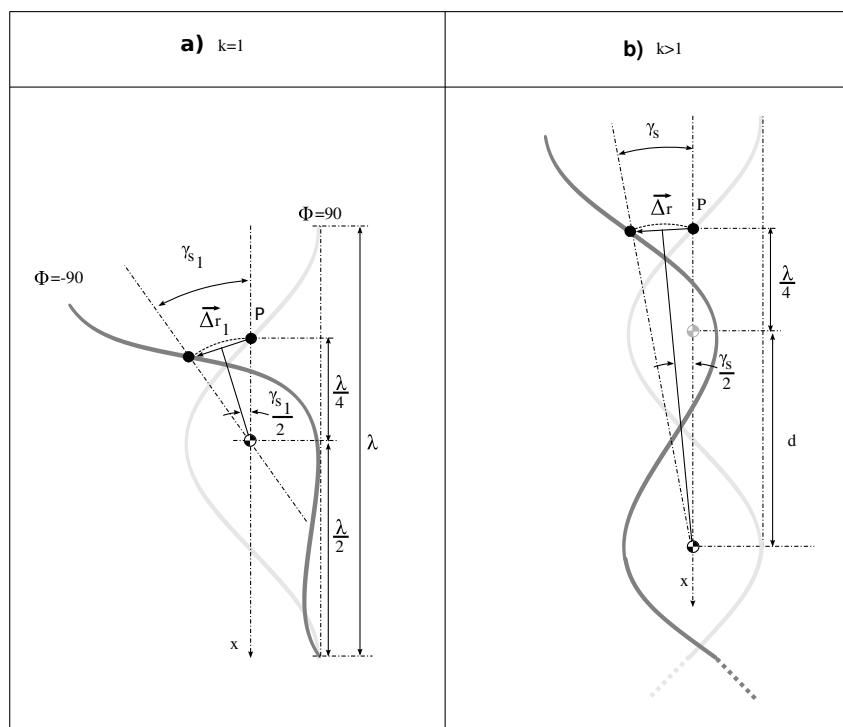


Figura 1.47: Desplazamiento del punto  $P$  durante un semiperíodo de rotación. a) cuando  $k = 1$ . b) cuando  $k > 1$ .

$$\Delta r_1 = \frac{\lambda}{2} \sin\left(\frac{\gamma_{s1}}{2}\right)$$

Cuando  $k > 1$ , el centro de masas está desplazado una distancia  $d$  en el sentido positivo del eje  $x$  como se muestra en la figura 1.47b). Esta distancia se puede expresar en función de  $k$  como:

$$d = \frac{\lambda}{2} (k - 1)$$

de manera que cuando  $k = 1$ , el centro de masas no se ha desplazado, para  $k = 2$  estará  $\lambda/2$  unidades desplazado. El desplazamiento del punto  $P$  cuando  $k > 1$  se puede calcular como:

$$\Delta r = 2\left(\frac{\lambda}{4} + d\right) \sin\left(\frac{\gamma_s}{2}\right)$$

Sustituyendo la expresión de  $d$ :

$$\Delta r = \frac{\lambda}{2} (2k - 1) \sin\left(\frac{\gamma_s}{2}\right)$$

Los segmentos  $\Delta r$  y  $\Delta r_1$  son iguales. Al aumentar  $k$  ha cambiado el radio de giro pero esta distancia es igual. Igualando las dos expresiones,  $\Delta r = \Delta r_1$ :

$$\sin\left(\frac{\gamma_s}{2}\right) = \frac{\sin\left(\frac{\gamma_{s1}}{2}\right)}{2k - 1}$$

Y expresando  $\gamma_s$  y  $\gamma_{s1}$  en función de los ángulos en un ciclo (ec. 1.31) llegamos a la expresión final.

#### 1.8.6.5. Sentido de giro

Existen cuatro posibilidades para la rotación, como se muestra en la figura 1.48, según la dirección de propagación de la onda y del parámetro  $\Delta\phi_{vh}$ . Al cambiar el sentido de propagación de la onda, cambia el sentido de rotación. Si  $\Delta\phi_{vh} = 0$  y la onda se propaga en el sentido positivo del eje longitudinal, se realiza una rotación antihoraria. Si se cambia el sentido de propagación se realizará en sentido contrario.

El parámetro  $\Delta\phi_{vh}$  determina la situación de los puntos de apoyo, como se muestra en la figura 1.48. Para  $\Delta\phi_{vh} = 180$ , su posición relativa a la curva es distinta que para  $\Delta\phi_{vh} = 0$ . El sentido de rotación será el opuesto si la dirección de propagación se mantiene la igual.

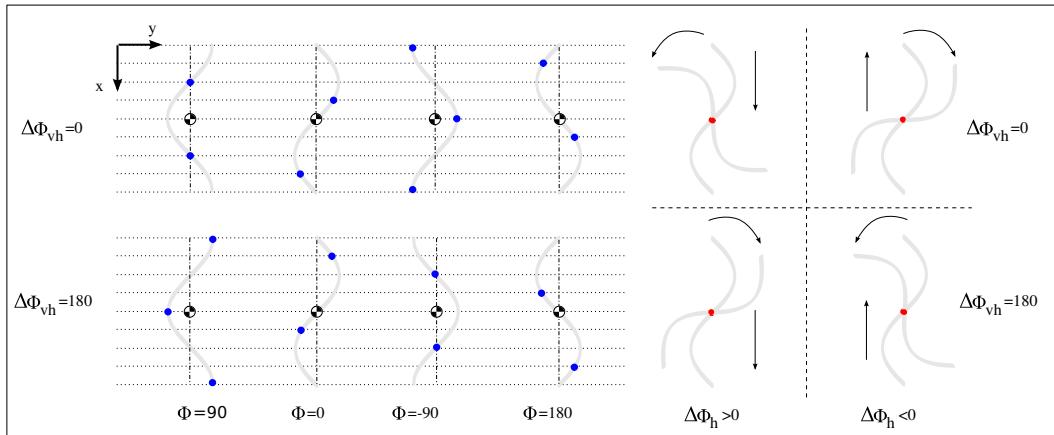


Figura 1.48: Sentido de la rotación en función de la dirección de la propagación de la onda y del parámetro  $\Delta\phi_{vh}$

Por tanto, para cambiar el sentido de giro se tienen las siguientes opciones:

- Cambiar el sentido de propagación de la onda (habrá que cambiar los signos de los parámetros  $\Delta\phi_v$  y  $\Delta\phi_h$ )
- Sumar 180 grados al parámetro  $\Delta\phi_{vh}$

### 1.8.7. Rotación en U

Además del modo de rotación principal, determinado por la superposición de dos ondas serpentíoides, existe otra modalidad que denominamos rotación en “U”. Se caracteriza por la superposición de una onda serpentíode vertical, con  $k_v = 2$  y una circular horizontal ( $k_h = 0$ ), con un valor de  $\Delta\phi_{vh} = 90$ . La estabilidad se consigue utilizando ondas planas, en las que  $\alpha_v/\alpha_h \rightarrow 0$ .

En la figura 1.49 se muestra cómo es esta rotación. En las articulaciones horizontales hay una onda circular por lo que el robot tiene forma de “U” que se convierte en una “U” invertida y finalmente vuelve a ser una “U” (como se mostró en la figura ?? del apartado ??).

Los puntos de apoyo se van desplazando a lo largo de la curva por lo que se encuentran en posiciones diferentes en los semiperíodos 1 y 2. En el semiperíodo 1, los puntos de apoyo están más cerca de extremo inferior por lo que tiende a moverse menos y el superior gira más. En el semiperíodo 2 sucede lo contrario es ahora el superior el que tiende a moverse menos. El resultado es que durante un ciclo el robot realiza una rotación total de un cierto ángulo, alrededor de su centro de masas.

La ventaja de este modo de rotación es que funciona con robots ápodos discretos con muy pocos módulos. En el capítulo ?? se usa este modo para la rotación de la configuración mínima de tan sólo 3 módulos.

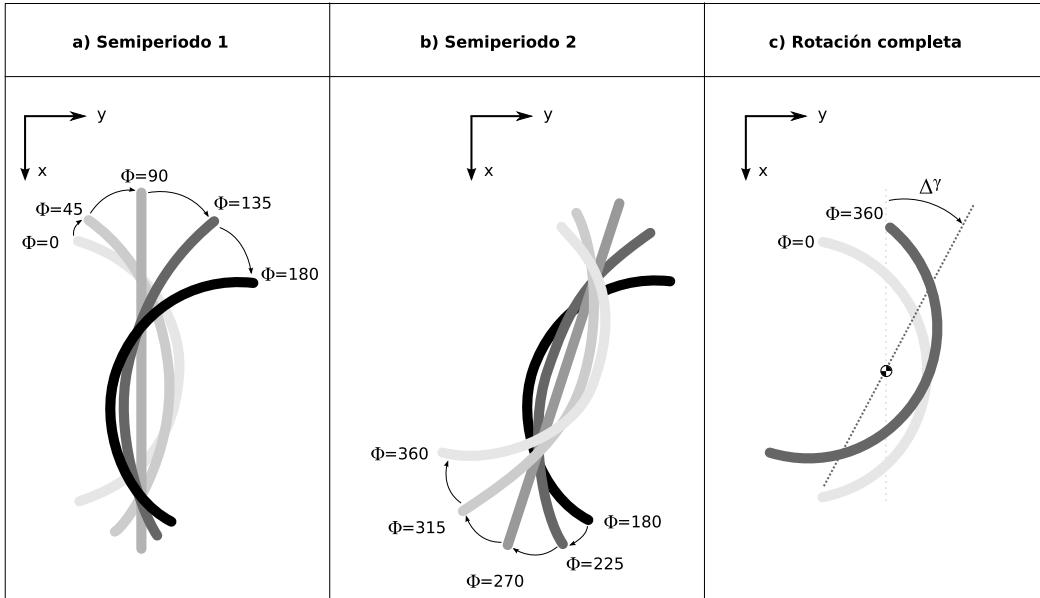


Figura 1.49: Rotación en “U”

### 1.8.8. Gusano discreto

#### 1.8.8.1. Ecuaciones

**Movimiento principal** Este movimiento se consigue mediante la superposición de dos ondas serpentínoideas en las que  $k_v = 2k_h$  y  $\Delta\phi_{vh} = 0$ . Denotaremos  $k$  al número de ondulaciones de la serpentínoide horizontal. Particularizando en las ecuaciones generales  $k = k_h$  ?? y ?? obtenemos (tomando una fase inicial  $\phi_0 = 0$ ):

$$\varphi_{v_i} = 2\alpha_v \sin\left(\frac{4\pi k}{M}\right) \sin\left(\phi + \frac{8\pi k}{M}(i-1)\right), \quad i \in \left\{1 \dots \frac{M}{2}\right\}$$

$$\varphi_{h_i} = 2\alpha_h \sin\left(\frac{2\pi k}{M}\right) \sin\left(\phi + \frac{4\pi k}{M}(i-1) + \frac{2\pi k}{M} + \Delta\phi_{vh}\right), \quad i \in \left\{1 \dots \frac{M}{2}\right\}$$

Si denotamos por  $\Delta\phi$  la diferencia de fase entre los generadores horizontales y puesto que  $k_v = 2k$ , tenemos que  $\Delta\phi_v = 2\Delta\phi$ , las ecuaciones en función de los parámetros de control quedan:

$$\varphi_{v_i} = A_v \sin(\phi + 2\Delta\phi(i-1))$$

$$\varphi_{h_i} = A_h \sin \left( \phi + \Delta\phi (i-1) + \frac{\Delta\phi}{2} \right)$$

**Rotación en “U”** La serpentinoide vertical es igual que en el caso principal, tomando  $k_v = 2$ . La horizontal es una onda circular desfasada  $\Delta\phi_{vh}$  grados:

$$\varphi_{v_i} = 2\alpha_v \sin \left( \frac{4\pi}{M} \right) \sin \left( \phi + \frac{8\pi}{M} (i-1) \right), \quad i \in \left\{ 1 \dots \frac{M}{2} \right\}$$

$$\varphi_{h_i} = \frac{2\alpha_h}{M} \sin (\phi + \Delta\phi_{vh}), \quad i \in \left\{ 1 \dots \frac{M}{2} \right\}$$

En función de los parámetros de control:

$$\varphi_{v_i} = A_v \sin (\phi + 2\Delta\phi (i-1)), \quad i \in \left\{ 1 \dots \frac{M}{2} \right\}$$

$$\varphi_{h_i} = A_h \sin (\phi + \Delta\phi_{vh}), \quad i \in \left\{ 1 \dots \frac{M}{2} \right\}$$

### 1.8.8.2. Número mínimo de módulos

**Movimiento principal** Dado que  $k_v = 2k_h$ , la limitación en el número de módulos vendrá por la onda serpentinoide vertical, en la que se alcanzará el valor máximo de  $\Delta\phi_v = 180$  antes que en la horizontal. La relación entre la diferencia de fase vertical y el número de ondulaciones verticales  $k_v$  es la dada por la ecuación ???. Poniéndola en función de  $k$ :

$$\Delta\phi_v = \frac{8\pi k}{M}$$

Para el valor máximo de  $\Delta\phi_v = 180$  grados, se tiene que el valor mínimo de  $M/k$  es de 8. El número mínimo de módulos se tendrá para  $k = 1$  ( $k$  no puede ser menor de 1 para que se puedan aplicar las ecuaciones para el cálculo de las dimensiones de la serpentinoide), lo que nos da un valor mínimo de 8 módulos. Es decir, que el robot ápodo de 8 módulos es el que tienen el menor número de módulos y que puede rotar, usando un movimiento de tipo principal y con  $k = 1$ .

Parámetro	Descripción	Rango
$M$	Número de módulos (vert+horiz)	$M \geq 8$
$\alpha$	Ángulo de serpenteo	$\alpha \leq \alpha_{max} \leq 120$
$k = k_h$	Número de ondulaciones (horiz)	$k \in [1, M/8]$
$A$	Amplitud de los generadores horiz.	$A \leq A_{max} \leq 90$
$\Delta\phi$	Diferencia de fase gen. horiz.	$\Delta\phi \in (-180, 180)$

Cuadro 1.4: Rango de valores de los parámetros para la rotación principal de los robots ápodos discretos

**rotación en “U”** Como se muestra en el capítulo ??, la configuración cabeceo-viraje-cabeceo de tres módulos es capaz de realizar la rotación ( $M = 3$ ). El valor de  $k_v$  a aplicar es igual a 1. Es una de las ventajas de este movimiento, que permite que las configuraciones de menos de 8 módulos puedan rotar. El valor de  $k_v$  para lograrlo debe ser menor que 2.

#### 1.8.8.3. Limitaciones

Los parámetros  $A$  y  $\alpha$  tienen las mismas limitaciones que en el caso del movimiento en línea recta (apartado ??): limitación por geometría y por tope del servo. Por ello, en general se verifica que  $\alpha \leq \alpha_{max} \leq 120$  y  $A \leq A_{max} \leq 90$  donde  $\alpha_v$  y  $A_v$  están dadas por las ecuaciones ?? y ?? respectivamente. Esas ecuaciones hay que aplicarlas teniendo en cuenta que se tienen  $M/2$  módulos horizontales.

En la tabla 1.4 se han resumido los rango de valores de los parámetros, para el movimiento de rotación principal.

Para el caso del movimiento secundario, el parámetro  $\alpha_h$  estará comprendido entre 0 y 360.

#### 1.8.9. Resumen

Un robot del tipo cabeceo-viraje de  $M$  módulos puede rotar paralelamente al suelo, en sentido horario y antihorario. Este movimiento no se encuentra en la naturaleza y no había sido previamente implementado por otros investigadores, a nuestro leal saber. Se han encontrado dos tipos de rotaciones.

1. **Rotación en “S” (Movimiento principal).** Se consigue mediante la superposición de dos ondas serpentíoides en la que la vertical tiene el doble de ondulaciones que la horizontal y las dos ondas están en fase. La onda resultante es de tipo no isomorfa y para conseguir la estabilidad tiene que ser de tipo plana. Es válido para cualquier robot con  $M \geq 8$ .
2. **Rotación en “U”.** Se consigue mediante la superposición de una onda serpentíode en las articulaciones verticales y una circular en las horizontales. Tiene la ventaja de que permite la rotación de robots de pocos módulos. Es válido para cualquier robot con  $M \geq 3$ .

Parámetro	Descripción	Rango
$M$	Número de módulos	$M = 8$
$ \Delta\phi_v $	Diferencia de fase vertical	$ \Delta\phi_v  \in [90, 180]$
$M_{vu}$	Número de módulos verticales por ondulación	$M_{vu} \in [2, 4]$
$k_v$	Número de ondulaciones verticales	$k_v \in [1, 2]$
$A_{v_{max}}$	Amplitud máxima de los generadores verticales	90
$A_v$	Amplitud de los generadores verticales	$A_v \in [0, 90]$
$\alpha_{v_{max}}$	Máximo ángulo de serpenteo vertical	$\frac{45}{\sin(\frac{\pi}{M_{vu}})} < 120$
$\alpha_v$	Ángulo de serpenteo vertical	$\alpha_v \in [0, \alpha_{v_{max}}]$
$M_{us}$	Frontera de la región de locomoción en $h_1$	2
$\Delta\phi_s$	Límite Región de locomoción en $H_1$	$\Delta\phi_s = 180.$
$L$	Longitud de un módulo	7,2cm
$d$	Longitud de un bloque	$2L$
$d_0$	Longitud del brazo izquierdo del bloque	$L/2$

Cuadro 1.5: Parámetros y sus rangos de valores para el modelo alámbrico de un robot ápodo de tipo cabeceo-viraje de 8 módulos cuando se desplaza en línea recta.

## 1.9. Caso de estudio

Aplicaremos todas las ideas desarrolladas para la descripción de los cinco tipos de movimientos presentados al caso de un robot del tipo cabeceo-viraje de 8 módulos, de los cuales 4 son horizontales y 4 verticales. Calcularemos su movimiento en diferentes puntos de trabajo que serán verificados en el capítulo de experimentos.

### 1.9.1. Locomoción en línea recta

#### 1.9.1.1. Rango de valores de los parámetros

Todos los parámetros se muestran en la tabla 1.5. Los valores de  $M_{vu}$  y  $k_v$  se obtienen a partir de la tabla ?? sustituyendo  $M$  por 4 (sólo existen 4 articulaciones verticales).

#### 1.9.1.2. Espacio de formas y de control

Los espacios de formas y control se muestran en la figura 1.50. Además se ha dibujado el aspecto de los robots para los puntos de trabajo seleccionados y para una fase  $\phi = 0$ .

Se verifica siempre que  $M_{vu} \leq M_{uL}$  por lo que en el espacio de formas sólo existe la región de limitación I. No hay limitaciones por geometría. A partir de las ecuaciones ?? y ?? se tiene que el valor máximo para la amplitud es 90 y para el ángulo de serpenteo:

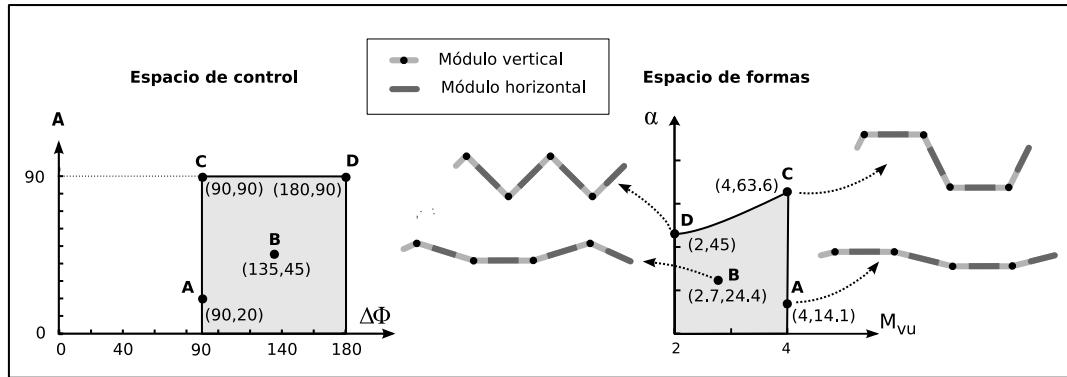


Figura 1.50: Espacio de formas y control para el robot ápodido del caso de estudio

$$\alpha_{h_{max}} = \frac{45}{\sin\left(\frac{\pi}{M_{vu}}\right)}$$

El máximo valor de este ángulo de serpenteo se tiene para  $M_{vu} = 4$  y es de 63,6 grados.

El valor mínimo para  $\Delta\phi$ , se calcula a partir de la ecuación ?? particularizando para  $k_v = 1$  y  $M = 8$ . El rango de variación es entre 90 y 180. Valores menores de 90 harán que  $k_v < 1$  y las ecuaciones no tendrán validez.

La región de locomoción está restringida a una línea recta. Pero en ella la diferencia de fase es de 180 grados, por lo que no hay locomoción. Por tanto, no se cumple la condición de estabilidad para ningún punto de trabajo. Para suavizar las oscilaciones el parámetro  $\alpha_v$  debe ser lo suficientemente pequeño.

### 1.9.1.3. Estabilidad y locomoción

El robot no se desplaza con movimiento estáticamente estable para ningún punto de trabajo. En la figura 1.51 se muestra el modelo alámbrico de un robot en movimiento cuando se utiliza el punto de trabajo A ( $k = 1, \alpha_v = 14,1$ ). A partir de la fase  $\phi = 90$  grados el robot es inestable y se inclinará hacia la izquierda. Los efectos de esta inclinación son en realidad muy pequeños debido a que el parámetro  $\alpha_v$  tiene un valor bajo. A pesar de esta inestabilidad, el robot es capaz de desplazarse.

### 1.9.1.4. Punto de trabajo seleccionados

Los puntos seleccionados para la realización de pruebas y experimentos se muestran en la tabla 1.6 y se han dibujado en el espacio de formas y de control en la figura 1.50. Los puntos A y B se utilizan

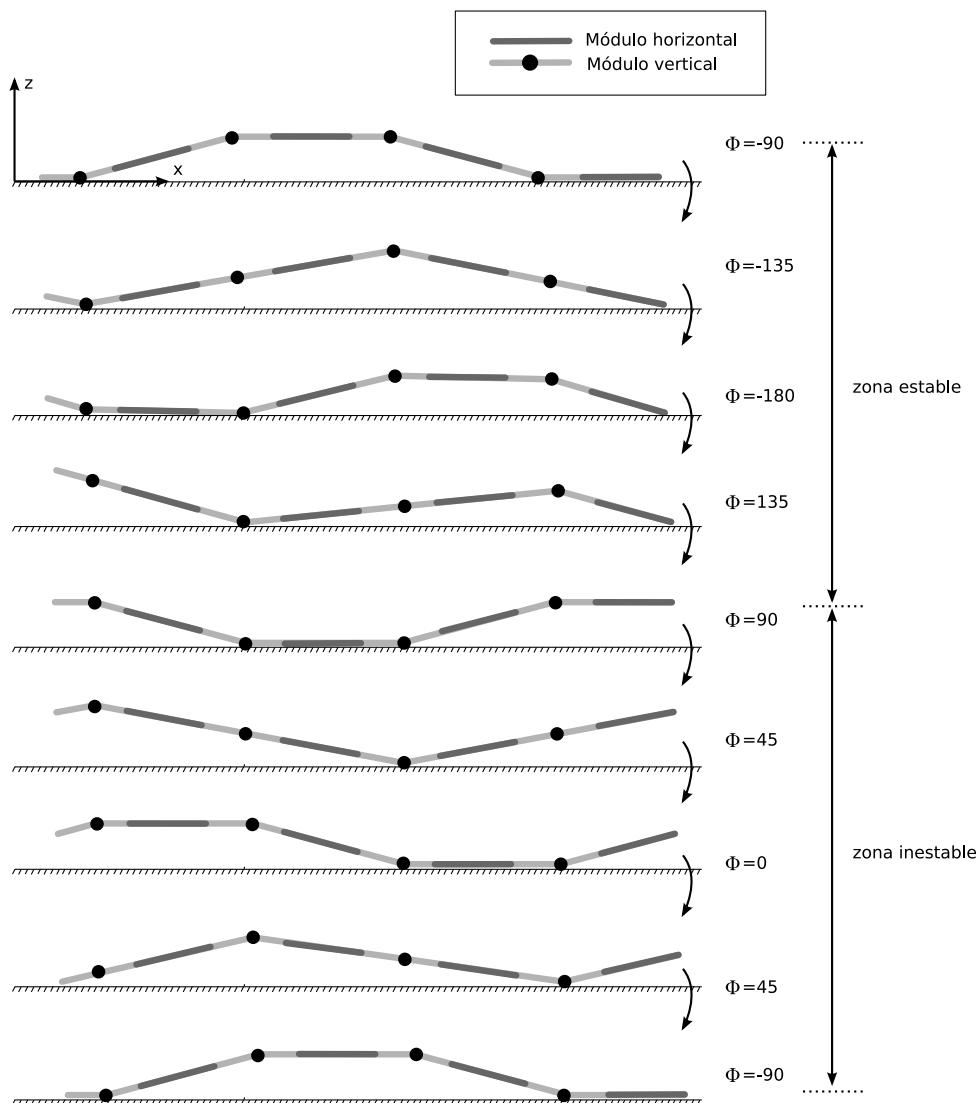


Figura 1.51: Locomoción en línea recta del robot caso de estudio cuando se utiliza el punto de trabajo A

Puntos de trabajo	$\alpha_v$	$k_v$	$M_{vu}$	$A_v$	$\Delta\phi_v$	$\alpha_h$	$k_h$	$A_h$
<b>Punto A</b>	14.1	1	4	20	90	0	–	0
<b>Punto B</b>	24.4	1.5	2.7	45	135	0	–	0
<b>Punto C</b>	63.6	1	4	90	90	0	–	0
<b>Punto D</b>	45	2	2	90	180	0	–	0

Cuadro 1.6: Puntos de trabajo seleccionados para la locomoción en línea recta del robot ápodo del caso de estudio

Parámetro	Descripción	Rango
$M$	Número de módulos	$M = 8$
$ \Delta\phi_v $	Diferencia de fase vertical	$ \Delta\phi_v  \in [90, 180]$
$M_{vu}$	Número de módulos verticales por ondulación	$M_{vu} \in [2, 4]$
$k_v$	Número de ondulaciones verticales	$k_v \in [1, 2]$
$A_{v_{max}}$	Amplitud máxima de los generadores verticales	90
$A_v$	Amplitud de los generadores verticales	$A_v \in [0, 90]$
$\alpha_{v_{max}}$	Máximo ángulo de serpenteo vertical	$\frac{45}{\sin(\frac{\pi}{M_{vu}})} < 120$
$\alpha_v$	Ángulo de serpenteo vertical	$\alpha_v \in [0, \alpha_{v_{max}}]$
$\alpha_{h_{max}}$	Máximo arco circular de la trayectoria	$\alpha_{h_{max}} = 360$
$\alpha_h$	Arco de la trayectoria circular	$\alpha_h \in [0, \alpha_{h_{max}}]$
$A_{h_{max}}$	Ángulo máximo de doblaje de las articulaciones horizontales	90
$A_h$	Ángulo de doblaje de las articulaciones horizontales	$A_h \in [0, 90]$
$L$	Longitud de un módulo	7,2cm
$d$	Longitud de un bloque	2L
$d_0$	Longitud del brazo izquierdo del bloque	$L/2$

Cuadro 1.7: Parámetros y sus rangos de valores para el modelo alámbrico de un robot ápodo de tipo cabeceo-viraje de 8 módulos cuando se desplaza siguiendo una trayectoria circular.

en el capítulo de experimentos para la simulación y la locomoción de un robot real. El punto C es donde el robot alcanza la máxima altura y el D el que tiene mayor altura con el mayor número de ondulaciones. En este último punto no hay locomoción.

### 1.9.2. Trayectoria circular

#### 1.9.2.1. Rango de valores de los parámetros

Todos los parámetros se muestran en la tabla 1.8. Los correspondientes a la serpentinoide vertical son iguales que en el caso de la locomoción en línea recta. Como  $M = 8$  no se producen limitaciones geométricas y a partir de las ecuaciones 1.2 y 1.3 tenemos que  $\alpha_{h_{max}} = 360$  y  $A_{h_{max}} = 90$ .

#### 1.9.2.2. Estabilidad

Puesto que el número de módulos del robot del caso de estudio es menor de 14, el *principio del mínimo número de módulos* para la trayectoria circular no se cumple y la locomoción no será estéticamente estable. Existirán oscilaciones en el movimiento debido a que se va cambiando alternativamente los puntos de apoyo. En estos casos, para garantizar que se realiza el giro correctamente el ángulo de serpenteo vertical tiene que ser pequeño para que la altura del robot esté muy cercana al suelo y las oscilaciones sean pequeñas. Por otro lado, cuando más pequeño sea  $\alpha_v$  menor será el paso dado por el robot.

Puntos de trabajo	$\alpha_v$	$k_v$	$M_{vu}$	$A_v$	$\Delta\phi_v$	$\alpha_h$	$A_h$
Punto A	12	1.3	3.1	20	120	90	22.5
Punto B	12	1.3	3.1	20	120	180	45
Punto C	12	1.3	3.1	20	120	360	90

Cuadro 1.8: Puntos de trabajo seleccionados para la locomoción en trayectoria circular del robot ápodo del caso de estudio

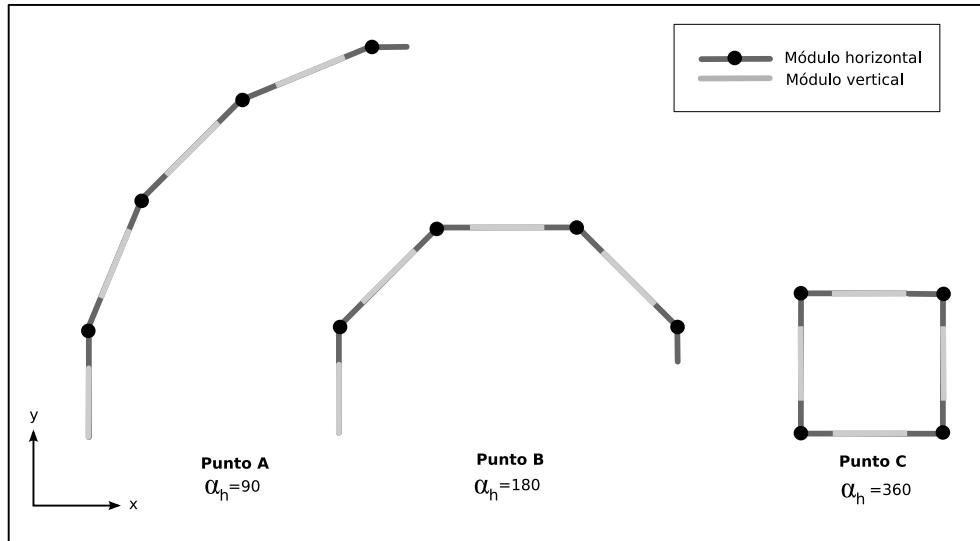


Figura 1.52: Forma del robot de estudio para los puntos de trabajo seleccionados

### 1.9.2.3. Puntos de trabajo

Los puntos de trabajo seleccionados se muestran en la tabla 1.8 y la forma del robot cuando se aplican está dibujada en la figura 1.52. La onda serpentinoide vertical es la misma en todos ellos, con un valor bajo de  $\alpha_v$ . La diferencia está en el radio de curvatura. En el punto C se tiene el máximo posible. El robot adopta la forma de un cuadrado.

## 1.9.3. Rodar

### 1.9.3.1. Rango de valores de los parámetros

Todos los parámetros se muestran en la tabla 1.9. Como  $M = 8$  no se producen limitaciones geométricas y a partir de las ecuaciones 1.2 y 1.3 tenemos que  $\alpha_{max} = 360$  y  $A_{max} = 90$ .

Aplicando la ecuación 1.21 para los valores  $l = 57,6$  y  $H = 5,2$  se obtiene que el ángulo mínimo del eje corporal para que se produzca el movimiento de rodar es de aproximadamente 30 grados. Lo que da una amplitud mínima para los generadores de 7.5 (ec. 1.22).

Parámetro	Descripción	Rango
$M$	Número de módulos	$M = 8$
$\Delta\phi_V$	Diferencia de fase de las articulaciones horizontales	$\Delta\phi_V = 0$
$k_v$	Número de ondulaciones verticales	$k_v = 0$
$\Delta\phi_h$	Diferencia de fase de las articulaciones horizontales	$\Delta\phi_h = 0$
$k_h$	Número de ondulaciones horizontales	$k_h = 0$
$\alpha_{max}$	Máximo ángulo del arco del eje corporal	$\alpha_{max} = 360$
$\alpha_{min}$	Mínimo ángulo del arco del eje corporal	$\alpha_{min} = 30$
$\alpha$	Ángulo del arco del eje corporal del robot	$\alpha \in [30, 360]$
$A_{min}$	Amplitud mínima	$A_{min} = 7,5$
$A$	Amplitud de los generadores	$A \in [7,5, 90]$
$l$	Longitud del robot	$57,6cm$
$H$	Anchura de un módulo	$5,2cm$
$L$	Longitud de un módulo	$7,2cm$
$d$	Longitud de un bloque	$L$
$d_0$	Longitud del brazo izquierdo del bloque	$L/2$

Cuadro 1.9: Parámetros y sus rangos de valores para el modelo alámbrico de un robot ápodo de tipo cabeceo-viraje de 8 módulos cuando rueda

Puntos de trabajo	$\alpha$	$A$	$\Delta\phi_{vh}$	$\phi_0$
<b>Punto A</b>	120	30	90	90
<b>Punto B</b>	180	45	90	90
<b>Punto C</b>	240	60	90	90
<b>Punto D</b>	360	90	90	90
<b>Punto E</b>	32	8	90	90

Cuadro 1.10: Puntos de trabajo seleccionados para la locomoción en trayectoria circular del robot ápodo del caso de estudio

### 1.9.3.2. Puntos de trabajo

Los puntos de trabajo seleccionados se muestran en la tabla 1.10. La forma del robot cuando se desplaza según el punto de trabajo B se muestra en la figura 1.53. El punto D se corresponde con el máximo valor posible de  $\alpha$ . En esa situación el cuerpo del robot va alternando entre un cuadrado y un octaedro. Existe rotación alrededor del eje corporal pero no hay desplazamiento.

En el punto E el robot rueda con el ángulo menor posible. Valores menores harán que realice un desplazamiento lateral.

### 1.9.4. Desplazamiento lateral

#### 1.9.4.1. Rango de valores de los parámetros

Todos los rangos de valores para los diferentes parámetros para que el robot se pueda desplazar con los tres tipos de movimientos laterales se resumen en la tabla 1.11.

Parámetro	Descripción	Rango
$M$	Número de módulos	$M = 8$
$L$	Longitud de un módulo	$7,2\text{cm}$
$H$	Anchura de un módulo	$5,2\text{cm}$
<b>Movimiento principal</b>		
onda	Isomorfa plana	$k = k_h = k_v$
$k$	Número de ondulaciones	$k \in [1, 2]$
$\frac{\alpha_v}{\alpha_h}$	Relación entre coeficientes de serpenteo	$\frac{\alpha_v}{\alpha_h} \rightarrow 0$
$M_{uh}$	Módulos por ondulación horizontal	$M_{uh} \in [2, 4]$
$\alpha_{max}$	Ángulo máximo de serpenteo	$\alpha_{Max} = \frac{45}{\sin(\frac{\pi}{M_{uh}})} \leq 63,6$
$\alpha$	Ángulo de serpenteo. $\alpha \simeq \alpha_h$	$\alpha \in [0, \alpha_{max}]$
$\Delta\phi_{vh}$	Diferencia de fase entre ondas vert. y horiz.	$ \Delta\phi_{vh}  \in [0, 90]$
$\Delta\phi$	Diferencia de fase	$ \Delta\phi  \in [0, 180]$
$A_{max}$	Amplitud máxima generadores horiz.	$A_{max} = 90$
$A$	Amplitud generadores horizontales	$A \in [0, 90]$
<b>Desplazamiento inclinado</b>		
onda	Isomorfa recta	$k = k_h = k_v$
$\Delta\phi_{vh}$	Diferencia de fase entre ondas vert. y horiz.	$ \Delta\phi_{vh}  \rightarrow 0$
$k$	Número de ondulaciones	$k \in [1, 2]$
$\alpha_{max}$	Ángulo máximo de serpenteo	$\alpha_{Max} = \frac{45}{\sin(\frac{\pi}{M})} \leq 117,6$
$\alpha$	Ángulo de serpenteo. $\alpha = \sqrt{\alpha_h^2 + \alpha_v^2}$	$\alpha \in [0, \alpha_{max}]$
$\beta$	Ángulo de inclinación	$\beta \in [0, 45]$
<b>Desplazamiento tipo remero</b>		
onda	Superposición de ondas circulares iguales	$k = k_h = k_v, \alpha = \alpha_v = \alpha_h$
$k$	Número de ondulaciones	$k = 0$
$\alpha_{max}$	Máximo ángulo del arco del eje corporal	$\alpha_{max} = 30$
$\alpha$	Ángulo del arco del eje corporal del robot	$\alpha \in [0, 30]$
$\Delta\phi$	Diferencia de fase gen. vert. y horiz.	$\Delta\phi = 0$
$A_{max}$	Amplitud máxima de los generadores	$A_{max} = 7,5$
$A$	Amplitud de los generadores	$A \in [0, 7,5]$

Cuadro 1.11: Parámetros y sus rangos de valores para el desplazamiento lateral de un robot ápodo de tipo cabeceo-viraje de 8 módulos

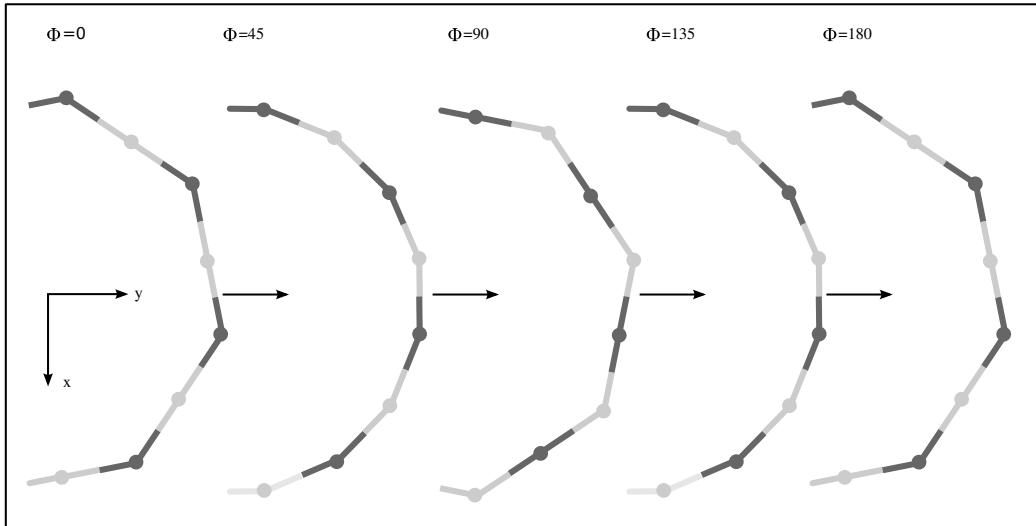


Figura 1.53: Desplazamiento del robot en el punto de trabajo B

Puntos	$\alpha_v$	$\alpha_h$	$k_v$	$k_h$	$\Delta\phi_{vh}$	$A_v$	$A_h$	$\Delta\phi_v$	$\Delta\phi_h$	Descripción
<b>Punto A</b>	14.1	28.3	1	1	90	20	40	90	90	Movimiento principal
<b>Punto B</b>	10.8	21.6	1.5	1.5	90	20	40	135	135	Movimiento principal
<b>Punto C</b>	42.4	42.4	1	1	30	60	60	90	90	Movimiento inclinado
<b>Punto D</b>	28	28	0	0	90	7	7	0	0	Tipo remero

Cuadro 1.12: Puntos de trabajo seleccionados para el desplazamiento lateral del robot ápodo del caso de estudio

#### 1.9.4.2. Puntos de trabajo

Los puntos de trabajo seleccionados se muestran en la tabla 1.12. Los dos primeros utilizan el movimiento principal, con valores de  $k$  de 1 y 1.5 respectivamente. El punto C es un movimiento inclinado con  $k = 1$  y un ángulo de serpenteo de 60 grados (aprox.). El último es un desplazamiento de tipo remero.

#### 1.9.5. Rotación

##### 1.9.5.1. Rango de valores de los parámetros

Todos los rangos de valores para los diferentes parámetros para que el robot se pueda desplazar con los tres tipos de movimientos laterales se resumen en la tabla 1.13.

Parámetro	Descripción	Rango
$M$	Número de módulos	$M = 8$
$L$	Longitud de un módulo	$7,2\text{cm}$
$H$	Anchura de un módulo	$5,2\text{cm}$
<b>Movimiento principal</b>		
onda	NO Isomorfa plana	$k_v = 2k_h$
$k$	Número de ondulaciones horizontales	$k = 1$
$k_v$	Número de ondulaciones verticales	$k_v = 2$
$\frac{\alpha_v}{\alpha_h}$	Relación entre coeficientes de serpenteo	$\frac{\alpha_v}{\alpha_h} \rightarrow 0$
$M_{uh}$	Módulos por ondulación horizontal	$M_{uh} = 4$
$\alpha_{max}$	Ángulo máximo de serpenteo	$\alpha_{Max} \leq 63,6$
$\alpha$	Ángulo de serpenteo. $\alpha \simeq \alpha_h$	$\alpha \in [0, \alpha_{max}]$
$\Delta\phi_{vh}$	Diferencia de fase entre ondas vert. y horiz.	$ \Delta\phi_{vh}  \in [0, 90]$
$\Delta\phi$	Diferencia de fase gen. horiz.	$ \Delta\phi  = 90$
$\Delta\phi_v$	Diferencia de fase gen. verticales	$ \Delta\phi  = 180$
$A_{max}$	Amplitud máxima generadores horiz.	$A_{max} = 90$
$A$	Amplitud generadores horizontales	$A \in [0, 90]$
<b>Rotación en “U”</b>		
onda	Superposición serpentinoide + circular	—
$\Delta\phi_{vh}$	Diferencia de fase entre ondas vert. y horiz.	$ \Delta\phi_{vh}  = 90$
$k$	Número de ondulaciones horiz.	$k = 0$
$k_v$	Número de ondulaciones verticales	$k_v \leq 2$
$\alpha_{max}$	Ángulo máximo del arco circular	$\alpha_{Max} = 360$
$\alpha$	Ángulo del arco circular	$\alpha \in [0, \alpha_{max}]$
$A$	Amplitud generadores horizontales	$A \in [0, 90]$
$\Delta\phi_v$	Diferencia de fase generadores vert.	$ \Delta\phi_v  = 180$

Cuadro 1.13: Parámetros y sus rangos de valores para la rotación de un robot ápodo de tipo cabeceo-viraje de 8 módulos

Puntos	$\alpha_v$	$\alpha_h$	$k_v$	$k_h$	$\Delta\phi_{vh}$	$A_v$	$A_h$	$\Delta\phi_v$	$\Delta\phi_h$	Descripción
<b>Punto A</b>	15	28.3	2	1	0	30	40	180	90	Movimiento principal
<b>Punto B</b>	5.3	34	1.6	0.8	0	10	40	140	70	Movimiento principal
<b>Punto C</b>	10	160	2	0	90	20	40	180	90	Rotación en “U”

Cuadro 1.14: Puntos de trabajo seleccionados para la rotación del robot ápodo del caso de estudio

### 1.9.5.2. Puntos de trabajo

Los puntos de trabajo seleccionados se muestran en la tabla 1.14. Los dos primeros se corresponden con el movimiento inclinado, con valores de  $k$  de 1 y 0.8 respectivamente. El punto C es de tipo secundario.

## 1.10. Principios de locomoción

La locomoción de los robots ápodos discretos del grupo cabeceo-viraje cuando se utilizan generadores sinusoidales la resumimos en 11 principios de locomoción fundamentales.

1. **Principio de los generadores sinusoidales.** Un robot ápodo de  $M$  módulos, con conexión del tipo cabeceo-viraje en el que se hacen oscilar periódicamente las articulaciones verticales y horizontales usando generadores sinusoidales es capaz de realizar al menos cinco familias de movimientos: línea recta, trayectoria circular, rodar, desplazamiento lateral y rotar.
2. **Principio de la superposición de ondas.** Las diferentes familias de movimientos se consiguen realizar por medio de la superposición de ondas bidimensionales en las articulaciones verticales y horizontales, que se propagan en el mismo sentido. Aparece una onda tridimensional que recorre el cuerpo del robot haciendo que se mueva.
3. **Principio del sentido del movimiento.** El sentido del desplazamiento está determinado por la dirección de propagación de la onda tridimensional corporal, que a su vez depende de la diferencia de fase entre la onda vertical y horizontal.
4. **Principio de caracterización de la forma.** La forma del robot al desplazarse está caracterizada por la onda tridimensional que aparece como resultado de la superposición de las ondas bidimensionales, que pueden ser serpentíneos o circulares. La onda corporal queda descrita mediante los parámetros de las ondas bidimensionales más la diferencia de fase entre ellas. Las serpentíneos tienen dos parámetros, ángulo de serpenteo y número de ondulaciones y las circulares sólo el ángulo del arco.
5. **Principio de la onda plana.** La estabilidad de todos los movimientos, en general, se consigue haciendo que el parámetro  $\alpha$  de la onda vertical sea muy pequeño en comparación con el de la horizontal. En ese caso, la onda tridimensional está “aplanada” y las dimensiones del robot se pueden aproximar por las de la onda horizontal.
6. **Principio del movimiento en línea recta.** Si la onda vertical es serpentíneos y las articulaciones horizontales permanecen en su posiciones de reposo, con un ángulo de doblaje de cero grados, la locomoción del robot será en línea recta y se aplicarán todos los principios de locomoción en una dimensión.

7. **Principio de la trayectoria circular.** Si la onda vertical es serpentinoide y la horizontal es una curva circular (cuyos ángulos de doblaje no dependen de la fase), el robot realizará un desplazamiento en trayectoria circular de ángulo igual al parámetro  $\alpha$  de la curva circular.
8. **Principio del movimiento de rodar.** Si se realiza la superposición de dos ondas circulares con un desfase entre ellas de 90 grados y el mismo parámetro  $\alpha$ , el robot girará alrededor de su eje corporal y rodará por el suelo. El valor de  $\alpha$  debe ser superior a un umbral.
9. **Principio del desplazamiento lateral.** En general, el desplazamiento lateral se consigue mediante la superposición de dos ondas serpentinoides que tienen el mismo número de ondulaciones. Además, para robots con una sección cuadrada aparecen dos tipos de desplazamiento: inclinado y remero.
10. **Principio de rotación.** En general, la rotación del robot se consigue mediante la superposición de dos ondas serpentinoides en la que el número de ondulaciones verticales es el doble que las horizontales. Además, la rotación puede ser en forma de “U” si la onda horizontal es de tipo circular.
11. **Principio del parámetro  $\alpha$ .** El incremento del parámetro  $\alpha$  hace que el paso de los diferentes modos de caminar aumente, salvo en el movimiento de rodar, que disminuye.

## 1.11. Conclusiones

En este capítulo se ha abordado el problema de la locomoción de los robots ápodos en una superficie plana, homogénea y sin obstáculos cuando se utilizan generadores sinusoidales para su control.

Proponemos **una metodología** para resolver este problema, basada en encontrar los modos de caminar usando **algoritmos genéticos** y caracterizarlos mediante subespacios de  $h_2$ . Se presentan, además, los pasos a seguir para **resolver la cinemática directa e inversa** a partir de estos subespacios y de las ecuaciones que ligan sus puntos de trabajo con las dimensiones del robot y los parámetros cinemáticos.

Los modos de caminar quedan caracterizados por las ecuaciones de sus subespacios asociados, que establecen relaciones entre los cinco parámetros  $\alpha_v, \alpha_h, k_v, k_h, \Delta\phi_{vh}$ . El número de parámetros libres los denominamos **grados de libertad** del movimiento.

El mecanismo que permite la locomoción del robot es debido a la aparición de una **onda corporal tridimensional** que es la resultante de la **superposición de las ondas bidimensionales** que se aplican a las articulaciones verticales y horizontales. El estudio de las ondas corporales permite conocer las dimensiones del robot durante el movimiento, los puntos de apoyo de con el suelo para conocer su estabilidad y deducir las ecuaciones de los parámetros cinemáticos.

Al aplicar la metodología propuesta **se han encontrado 8 modos de caminar diferentes** agrupados en cinco categorías: línea recta, trayectoria circular, rodar, desplazamiento lateral y rotación. Además, se han obtenido sus ecuaciones de caracterización. **Todos los movimientos se han validado mediante simulaciones y su aplicación en robots reales.**

**Se han descubierto tres modos de caminar nuevos** que no han sido previamente estudiados ni implementados por otros investigadores, a nuestro leal saber y entender. Son los movimientos de desplazamiento lateral inclinado y dos tipos de rotaciones. Estos últimos son muy importantes ya que permiten al robot cambiar la orientación de su eje longitudinal y poder así apuntar su cabeza en cualquier dirección.

El **modelo de control basado en CPG simplificados** de tipo generadores sinusoidales no sólo es válido para el desplazamiento en una dimensión sino que **es viable para la locomoción en dos dimensiones de robots modulares del grupo cabeceo-viraje** con un número de módulos mayor o igual a un valor mínimo. Además, no sólo es viable, sino que permite una variedad de movimientos lo suficientemente grande como para que el nivel superior de control pueda dirigir al robot a cualquier punto de la superficie, con cualquier orientación y empleando diferentes trayectorias.

Los desplazamientos en línea recta y laterales permiten al robot alcanzar cualquier punto (x,y) del suelo. Mediante la rotación, además, pueden orientarse en cualquier dirección. El movimiento de rodar garantiza que podrá recuperar la posición inicial en caso de volcar, de la misma manera que las orugas consiguen darse la vuelta si se las coloca patas arriba. El robot podrá, también, desplazarse en trayectorias circulares que le permitan girar, rodear obstáculos o usarlas en combinación con otros movimientos para realizar trayectorias más complejas.

Los modos de caminar encontrados se han estudiado detalladamente a partir de la forma de la onda tridimensional. Tienen entre 1 y 3 grados de libertad. El **movimiento en trayectoria circular** se obtiene mediante la superposición de una onda serpentinoide en las articulaciones verticales y una curva circular en las horizontales. Tiene tres grados de libertad, el ángulo del arco de la trayectoria y los parámetros  $\alpha$  y  $k$  de la serpentinoide vertical.

El **movimiento de rodar** se caracteriza por la superposición de dos ondas circulares iguales y un desfase entre ellas de 90 grados. Tiene un único grado de libertad,  $\alpha$  para especificar el ángulo del arco del cuerpo. Si el robot tiene una sección cuadrada, aparece un valor umbral  $\alpha_{min}$  que permite que se realice el movimiento para valores de  $\alpha$  mayores. Si son menores lo que se obtiene es el **desplazamiento lateral de tipo remero**. Se ha obtenido una expresión para el paso que muestra que éste disminuye con el aumento de  $\alpha$ .

El **desplazamiento lateral normal** es el que se conoce en Inglés como *side-winding*. Está caracterizado por la superposición de dos ondas serpentinoideas con el mismo número de ondulaciones. La onda tridimensional es del tipo isomorfa ya que no varía su forma durante la propagación. Esto provoca que los puntos de contacto con el suelo estén siempre en las mismas posiciones relativas de

la onda, y dos puntos siempre estarán separados la misma distancia  $\lambda$ . Tiene dos grados de libertad  $\alpha$  y  $k$  que se corresponden con los de la onda horizontal. Este movimiento se puede realizar en su **versión inclinada** en la que aparece un nuevo parámetro  $\beta$  para especificar esta inclinación. En ambos movimientos, el paso del robot aumenta con  $\alpha$ .

El **movimiento de rotación** permite al robot cambiar la orientación de su eje longitudinal. Existen dos variantes, la rotación en S y en U. En la primera se caracteriza por la superposición de dos ondas serpentinoideas y la segunda por una serpentinoide y otra circular. Ambas tienen dos grados de libertad y el ángulo rotado aumenta con el parámetro  $\alpha$ .

Finalmente, al igual que en el caso de la locomoción en una dimensión, se han resumido todas las ideas principales en unos **principios de locomoción** (apartado 1.10).



# Bibliografía

- [1] L. Chen, Y. Wang, B. Li, S. Ma, and D Duan. Study on Locomotion of a Crawling Robot for Adaptation to the Environment. In Maki K. Habib, editor, *Bioinspiration and Robotics: Walking and Climbing Robots*, chapter 18, pages 301–316. I-Tech Education and Publishing, September 2007.
- [2] L. Chen, Y. Wang, and S. Ma. Studies on lateral rolling locomotion of a snake robot. In *Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04. 2004 IEEE International Conference on*, volume 5, pages 5070–5074, April 2004.
- [3] K. Dowling. *Limbless Locomotion: Learning to Crawl with a Snake Robot*. PhD thesis, Robotics Institute, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, December 1997.
- [4] K. Lipkin, I. Brown, A. Peck, H. Choset, J. Rembisz, P. Gianfortoni, and A. Naaktgeboren. Differentiable and piecewise differentiable gaits for snake robots. In *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pages 1864–1869, October 2007.
- [5] M. Mori and S. Hirose. Three-dimensional serpentine motion and lateral rolling by Active Cord Mechanism ACM-R3. In *Proc. of IEEE/RSJ Int. Conf. on intelligent Robots and Systems*, pages 829–834, 2002.