

Algoritmo de Denavit-Hartenberg

- **D-H 1.-** Numerar los eslabones comenzando con 1 (primer eslabón móvil de la cadena) y acabando con n (último eslabón móvil). Se numerará como eslabón 0 a la base fija del robot.
- **D-H 2.-** Numerar cada articulación comenzando por 1 (la correspondiente al primer grado de libertad) y acabando en n
- **D-H 3.-** Localizar el eje de cada articulación. Si ésta es rotativa, el eje será su propio eje de giro. Si es prismática, será el eje a lo largo del cual se produce el desplazamiento.
- **D-H 4.-** Para i de 0 a n-1 situar el eje z_i sobre el eje de la articulación i+1.
- **D-H 5.-** Situar el origen del sistema de la base $\{S_0\}$ en cualquier punto del eje z_0 . Los ejes x_0 e y_0 se situarán de modo que formen un sistema dextrógiro con z_0
- **D-H 6.-** Para i de 1 a n-1, situar el sistema $\{S_i\}$ (solidario al eslabón i) en la intersección del eje z_i con la línea normal común a z_{i-1} y z_i . Si ambos ejes se cortasen se situaría $\{S_i\}$ en el punto de corte. Si fuesen paralelos $\{S_i\}$ se situaría en la articulación i+1
- **D-H 7.-** Situar x_i en la línea normal común a z_{i-1} y z_i
- **D-H 8.-** Situar y_i de modo que forme un sistema dextrógiro con x_i y z_i .
- **D-H 9.-** Situar el sistema $\{S_n\}$ en el extremo del robot de modo que z_n coincida con la dirección de z_{n-1} y x_n sea normal a z_{n-1} y z_n .
- **D-H 10.-** Obtener θ_i como el ángulo que hay que girar en torno a z_{i-1} para que x_{i-1} y x_i queden paralelos.
- **D-H 11.-** Obtener d_i como la distancia, medida a lo largo de z_{i-1} , que habría que desplazar $\{S_{i-1}\}$ para que x_i y x_{i-1} quedasen alineados.
- **DH 12.-** Obtener a_i como la distancia medida a lo largo de x_i (que ahora coincidiría con x_{i-1}) que habría que desplazar el nuevo $\{S_{i-1}\}$ para que su origen coincidiese con $\{S_i\}$.
- **DH 13.-** Obtener α_i como el ángulo que habría que girar entorno a x_i (que ahora coincidiría con x_{i-1}), para que el nuevo $\{S_{i-1}\}$ coincidiese totalmente con $\{S_i\}$.
- **DH 14.-** Obtener las matrices de transformación ${}^{i-1}A_i$
- **DH 15.-** Obtener la matriz de transformación entre la base y el extremo del robot $T = {}^0A_1 {}^1A_2 \dots {}^{n-1}A_n$.
- **DH 16.-** La matriz T define la orientación (submatriz de rotación) y posición (submatriz de traslación) del extremo referido a la base en función de las n coordenadas articulares

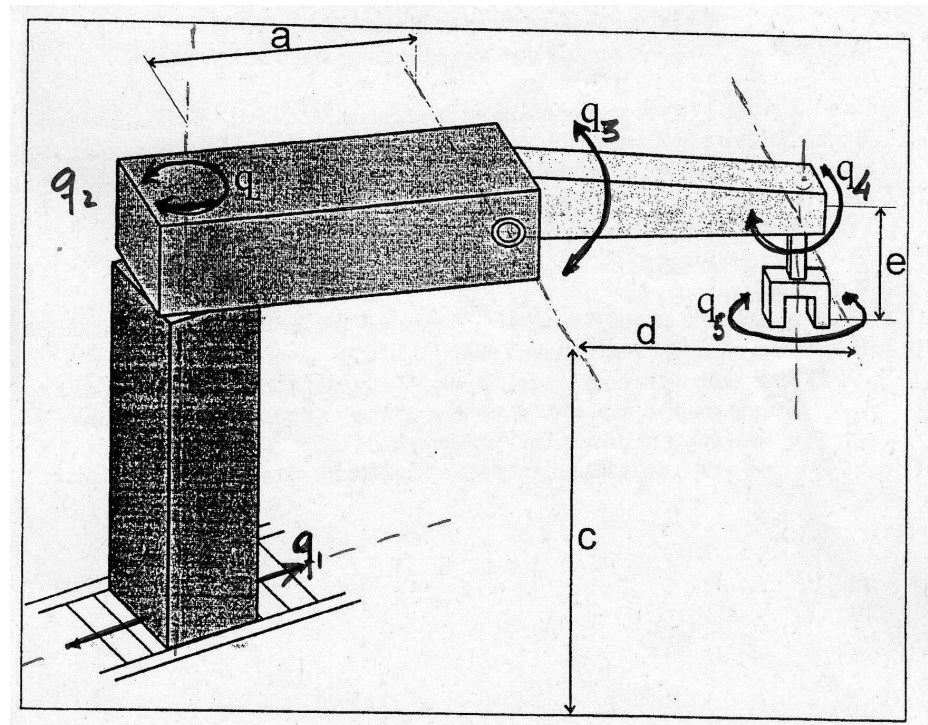
■ Transformaciones básicas de paso de eslabón:

- ❶ Rotación alrededor del eje z_{i-1} un ángulo θ_i
- ❷ Traslación a lo largo de z_{i-1} una distancia d_i ; vector d_i (0,0, d_i)
- ❸ Traslación a lo largo de x_i una distancia a_i ; vector a_i (0,0, a_i)
- ❹ Rotación alrededor del eje x_i un ángulo α_i

$${}^{i-1}A_i = T(z, \theta_i) T(0, 0, d_i) T(a_i, 0, 0) T(x, \alpha_i)$$

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Algoritmo de Denavit-Hartenberg

- **D-H 1.-** Numerar los eslabones comenzando con 1 (primer eslabón móvil de la cadena) y acabando con n (último eslabón móvil). Se numerará como eslabón 0 a la base fija del robot.
- **D-H 2.-** Numerar cada articulación comenzando por 1 (la correspondiente al primer grado de libertad) y acabando en n
- **D-H 3.-** Localizar el eje de cada articulación. Si ésta es rotativa, el eje será su propio eje de giro. Si es prismática, será el eje a lo largo del cual se produce el desplazamiento.
- **D-H 4.-** Para i de 0 a n-1 situar el eje z_i sobre el eje de la articulación i+1.
- **D-H 5.-** Situar el origen del sistema de la base $\{S_0\}$ en cualquier punto del eje z_0 . Los ejes x_0 e y_0 se situarán de modo que formen un sistema dextrógiro con z_0
- **D-H 6.-** Para i de 1 a n-1, situar el sistema $\{S_i\}$ (solidario al eslabón i) en la intersección del eje z_i con la línea normal común a z_{i-1} y z_i . Si ambos ejes se cortasen se situaría $\{S_i\}$ en el punto de corte. Si fuesen paralelos $\{S_i\}$ se situaría en la articulación i+1
- **D-H 7.-** Situar x_i en la línea normal común a z_{i-1} y z_i
- **D-H 8.-** Situar y_i de modo que forme un sistema dextrógiro con x_i y z_i .
- **D-H 9.-** Situar el sistema $\{S_n\}$ en el extremo del robot de modo que z_n coincida con la dirección de z_{n-1} y x_n sea normal a z_{n-1} y z_n .
- **D-H 10.-** Obtener θ_i como el ángulo que hay que girar en torno a z_{i-1} para que x_{i-1} y x_i queden paralelos.
- **D-H 11.-** Obtener d_i como la distancia, medida a lo largo de z_{i-1} , que habría que desplazar $\{S_{i-1}\}$ para que x_i y x_{i-1} quedasen alineados.
- **DH 12.-** Obtener a_i como la distancia medida a lo largo de x_i (que ahora coincidiría con x_{i-1}) que habría que desplazar el nuevo $\{S_{i-1}\}$ para que su origen coincidiese con $\{S_i\}$.
- **DH 13.-** Obtener α_i como el ángulo que habría que girar entorno a x_i (que ahora coincidiría con x_{i-1}), para que el nuevo $\{S_{i-1}\}$ coincidiese totalmente con $\{S_i\}$.
- **DH 14.-** Obtener las matrices de transformación ${}^{i-1}A_i$
- **DH 15.-** Obtener la matriz de transformación entre la base y el extremo del robot $T = {}^0A_1 {}^1A_2 \dots {}^{n-1}A_n$.
- **DH 16.-** La matriz T define la orientación (submatriz de rotación) y posición (submatriz de traslación) del extremo referido a la base en función de las n coordenadas articulares

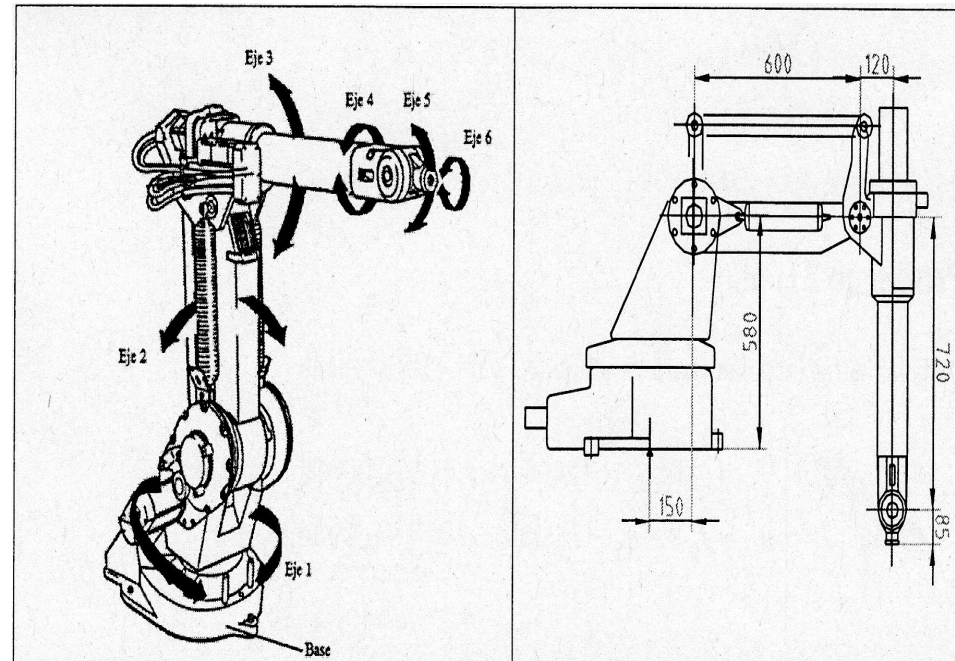
■ Transformaciones básicas de paso de eslabón:

- ❶ Rotación alrededor del eje z_{i-1} un ángulo θ_i
- ❷ Traslación a lo largo de z_{i-1} una distancia d_i ; vector d_i (0,0, d_i)
- ❸ Traslación a lo largo de x_i una distancia a_i ; vector a_i (0,0, a_i)
- ❹ Rotación alrededor del eje x_i un ángulo α_i

$${}^{i-1}A_i = T(z, \theta_i) T(0,0,d_i) T(a_i,0,0) T(x, \alpha_i)$$

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Algoritmo de Denavit-Hartenberg

- **D-H 1.-** Numerar los eslabones comenzando con 1 (primer eslabón móvil de la cadena) y acabando con n (último eslabón móvil). Se numerará como eslabón 0 a la base fija del robot.
- **D-H 2.-** Numerar cada articulación comenzando por 1 (la correspondiente al primer grado de libertad) y acabando en n
- **D-H 3.-** Localizar el eje de cada articulación. Si ésta es rotativa, el eje será su propio eje de giro. Si es prismática, será el eje a lo largo del cual se produce el desplazamiento.
- **D-H 4.-** Para i de 0 a n-1 situar el eje z_i sobre el eje de la articulación i+1.
- **D-H 5.-** Situar el origen del sistema de la base $\{S_0\}$ en cualquier punto del eje z_0 . Los ejes x_0 e y_0 se situarán de modo que formen un sistema dextrógiro con z_0
- **D-H 6.-** Para i de 1 a n-1, situar el sistema $\{S_i\}$ (solidario al eslabón i) en la intersección del eje z_i con la línea normal común a z_{i-1} y z_i . Si ambos ejes se cortasen se situaría $\{S_i\}$ en el punto de corte. Si fuesen paralelos $\{S_i\}$ se situaría en la articulación i+1
- **D-H 7.-** Situar x_i en la línea normal común a z_{i-1} y z_i
- **D-H 8.-** Situar y_i de modo que forme un sistema dextrógiro con x_i y z_i .
- **D-H 9.-** Situar el sistema $\{S_n\}$ en el extremo del robot de modo que z_n coincida con la dirección de z_{n-1} y x_n sea normal a z_{n-1} y z_n .
- **D-H 10.-** Obtener θ_i como el ángulo que hay que girar en torno a z_{i-1} para que x_{i-1} y x_i queden paralelos.
- **D-H 11.-** Obtener d_i como la distancia, medida a lo largo de z_{i-1} , que habría que desplazar $\{S_{i-1}\}$ para que x_i y x_{i-1} quedasen alineados.
- **DH 12.-** Obtener a_i como la distancia medida a lo largo de x_i (que ahora coincidiría con x_{i-1}) que habría que desplazar el nuevo $\{S_{i-1}\}$ para que su origen coincidiese con $\{S_i\}$.
- **DH 13.-** Obtener α_i como el ángulo que habría que girar entorno a x_i (que ahora coincidiría con x_{i-1}), para que el nuevo $\{S_{i-1}\}$ coincidiese totalmente con $\{S_i\}$.
- **DH 14.-** Obtener las matrices de transformación ${}^{i-1}A_i$
- **DH 15.-** Obtener la matriz de transformación entre la base y el extremo del robot $T = {}^0A_1 {}^1A_2 \dots {}^{n-1}A_n$.
- **DH 16.-** La matriz T define la orientación (submatriz de rotación) y posición (submatriz de traslación) del extremo referido a la base en función de las n coordenadas articulares

■ Transformaciones básicas de paso de eslabón:

❶ Rotación alrededor del eje z_{i-1} un ángulo θ_i

❷ Traslación a lo largo de z_{i-1} una distancia d_i ; vector d_i (0,0, d_i)

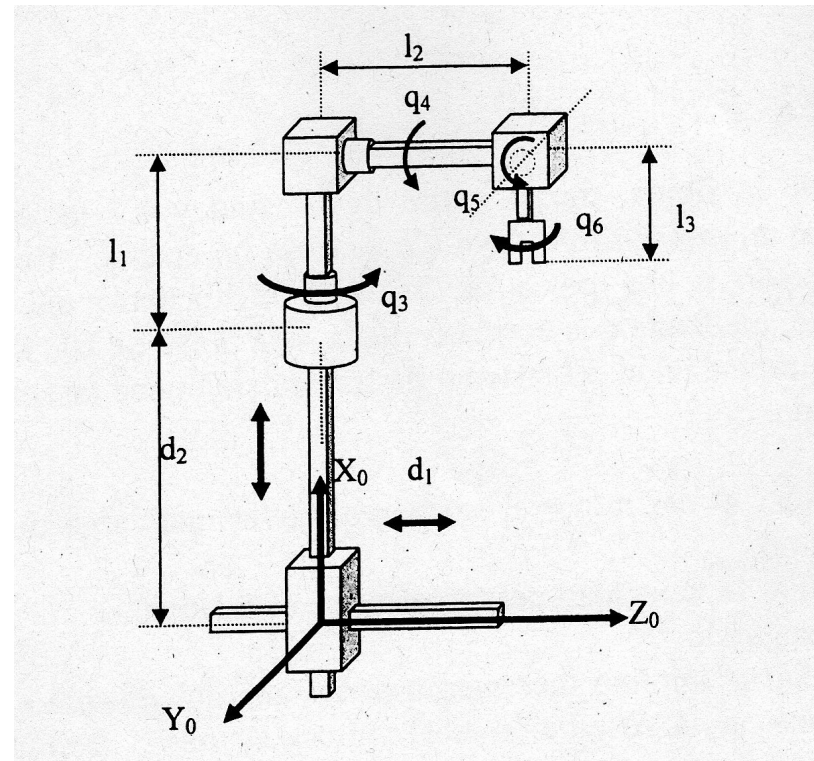
❸ Traslación a lo largo de x_i una distancia a_i ; vector a_i (0,0, a_i)

❹ Rotación alrededor del eje x_i un ángulo α_i

$${}^{i-1}A_i = T(z, \theta_i) T(0,0,d_i) T(a_i,0,0) T(x, \alpha_i)$$

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Algoritmo de Denavit-Hartenberg

- **D-H 1.-** Numerar los eslabones comenzando con 1 (primer eslabón móvil de la cadena) y acabando con n (último eslabón móvil). Se numerará como eslabón 0 a la base fija del robot.
- **D-H 2.-** Numerar cada articulación comenzando por 1 (la correspondiente al primer grado de libertad) y acabando en n
- **D-H 3.-** Localizar el eje de cada articulación. Si ésta es rotativa, el eje será su propio eje de giro. Si es prismática, será el eje a lo largo del cual se produce el desplazamiento.
- **D-H 4.-** Para i de 0 a n-1 situar el eje z_i sobre el eje de la articulación i+1.
- **D-H 5.-** Situar el origen del sistema de la base $\{S_0\}$ en cualquier punto del eje z_0 . Los ejes x_0 e y_0 se situarán de modo que formen un sistema dextrógiro con z_0
- **D-H 6.-** Para i de 1 a n-1, situar el sistema $\{S_i\}$ (solidario al eslabón i) en la intersección del eje z_i con la línea normal común a z_{i-1} y z_i . Si ambos ejes se cortasen se situaría $\{S_i\}$ en el punto de corte. Si fuesen paralelos $\{S_i\}$ se situaría en la articulación i+1
- **D-H 7.-** Situar x_i en la línea normal común a z_{i-1} y z_i
- **D-H 8.-** Situar y_i de modo que forme un sistema dextrógiro con x_i y z_i .
- **D-H 9.-** Situar el sistema $\{S_n\}$ en el extremo del robot de modo que z_n coincida con la dirección de z_{n-1} y x_n sea normal a z_{n-1} y z_n .
- **D-H 10.-** Obtener θ_i como el ángulo que hay que girar en torno a z_{i-1} para que x_{i-1} y x_i queden paralelos.
- **D-H 11.-** Obtener d_i como la distancia, medida a lo largo de z_{i-1} , que habría que desplazar $\{S_{i-1}\}$ para que x_i y x_{i-1} quedasen alineados.
- **DH 12.-** Obtener a_i como la distancia medida a lo largo de x_i (que ahora coincidiría con x_{i-1}) que habría que desplazar el nuevo $\{S_{i-1}\}$ para que su origen coincidiese con $\{S_i\}$.
- **DH 13.-** Obtener α_i como el ángulo que habría que girar entorno a x_i (que ahora coincidiría con x_{i-1}), para que el nuevo $\{S_{i-1}\}$ coincidiese totalmente con $\{S_i\}$.
- **DH 14.-** Obtener las matrices de transformación ${}^{i-1}A_i$
- **DH 15.-** Obtener la matriz de transformación entre la base y el extremo del robot $T = {}^0A_1 {}^1A_2 \dots {}^{n-1}A_n$.
- **DH 16.-** La matriz T define la orientación (submatriz de rotación) y posición (submatriz de traslación) del extremo referido a la base en función de las n coordenadas articulares

- Transformaciones básicas de paso de eslabón:

❶ Rotación alrededor del eje z_{i-1} un ángulo θ_i

❷ Traslación a lo largo de z_{i-1} una distancia d_i ; vector d_i (0,0, d_i)

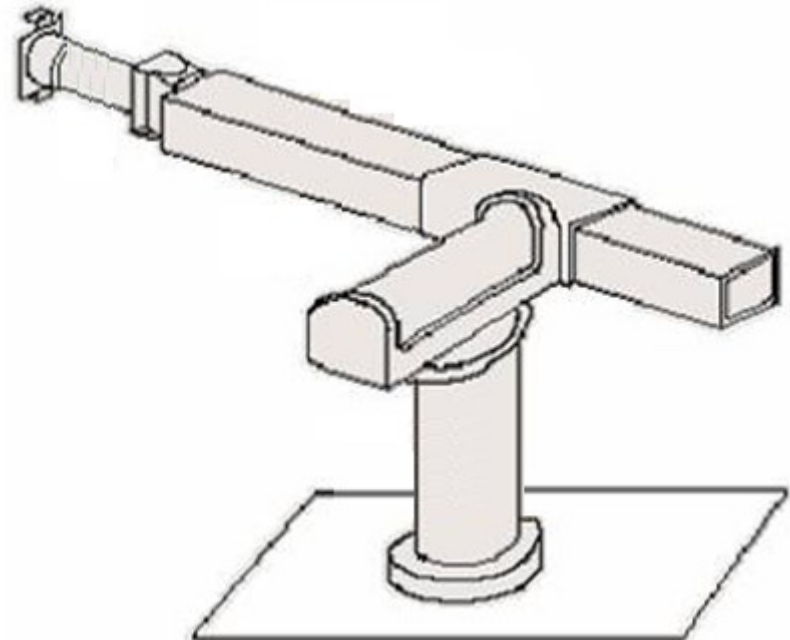
❸ Traslación a lo largo de x_i una distancia a_i ; vector a_i (0,0, a_i)

❹ Rotación alrededor del eje x_i un ángulo α_i

$${}^{i-1}A_i = T(z, \theta_i) T(0,0,d_i) T(a_i,0,0) T(x, \alpha_i)$$

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Algoritmo de Denavit-Hartenberg

- **D-H 1.-** Numerar los eslabones comenzando con 1 (primer eslabón móvil de la cadena) y acabando con n (último eslabón móvil). Se numerará como eslabón 0 a la base fija del robot.
- **D-H 2.-** Numerar cada articulación comenzando por 1 (la correspondiente al primer grado de libertad) y acabando en n
- **D-H 3.-** Localizar el eje de cada articulación. Si ésta es rotativa, el eje será su propio eje de giro. Si es prismática, será el eje a lo largo del cual se produce el desplazamiento.
- **D-H 4.-** Para i de 0 a n-1 situar el eje z_i sobre el eje de la articulación i+1.
- **D-H 5.-** Situar el origen del sistema de la base $\{S_0\}$ en cualquier punto del eje z_0 . Los ejes x_0 e y_0 se situarán de modo que formen un sistema dextrógiro con z_0
- **D-H 6.-** Para i de 1 a n-1, situar el sistema $\{S_i\}$ (solidario al eslabón i) en la intersección del eje z_i con la línea normal común a z_{i-1} y z_i . Si ambos ejes se cortasen se situaría $\{S_i\}$ en el punto de corte. Si fuesen paralelos $\{S_i\}$ se situaría en la articulación i+1
- **D-H 7.-** Situar x_i en la línea normal común a z_{i-1} y z_i
- **D-H 8.-** Situar y_i de modo que forme un sistema dextrógiro con x_i y z_i .
- **D-H 9.-** Situar el sistema $\{S_n\}$ en el extremo del robot de modo que z_n coincida con la dirección de z_{n-1} y x_n sea normal a z_{n-1} y z_n .
- **D-H 10.-** Obtener θ_i como el ángulo que hay que girar en torno a z_{i-1} para que x_{i-1} y x_i queden paralelos.
- **D-H 11.-** Obtener d_i como la distancia, medida a lo largo de z_{i-1} , que habría que desplazar $\{S_{i-1}\}$ para que x_i y x_{i-1} quedasen alineados.
- **DH 12.-** Obtener a_i como la distancia medida a lo largo de x_i (que ahora coincidiría con x_{i-1}) que habría que desplazar el nuevo $\{S_{i-1}\}$ para que su origen coincidiese con $\{S_i\}$.
- **DH 13.-** Obtener α_i como el ángulo que habría que girar entorno a x_i (que ahora coincidiría con x_{i-1}), para que el nuevo $\{S_{i-1}\}$ coincidiese totalmente con $\{S_i\}$.
- **DH 14.-** Obtener las matrices de transformación ${}^{i-1}A_i$
- **DH 15.-** Obtener la matriz de transformación entre la base y el extremo del robot $T = {}^0A_1 {}^1A_2 \dots {}^{n-1}A_n$.
- **DH 16.-** La matriz T define la orientación (submatriz de rotación) y posición (submatriz de traslación) del extremo referido a la base en función de las n coordenadas articulares

- Transformaciones básicas de paso de eslabón:

❶ Rotación alrededor del eje z_{i-1} un ángulo θ_i

❷ Traslación a lo largo de z_{i-1} una distancia d_i ; vector d_i (0,0, d_i)

❸ Traslación a lo largo de x_i una distancia a_i ; vector a_i (0,0, a_i)

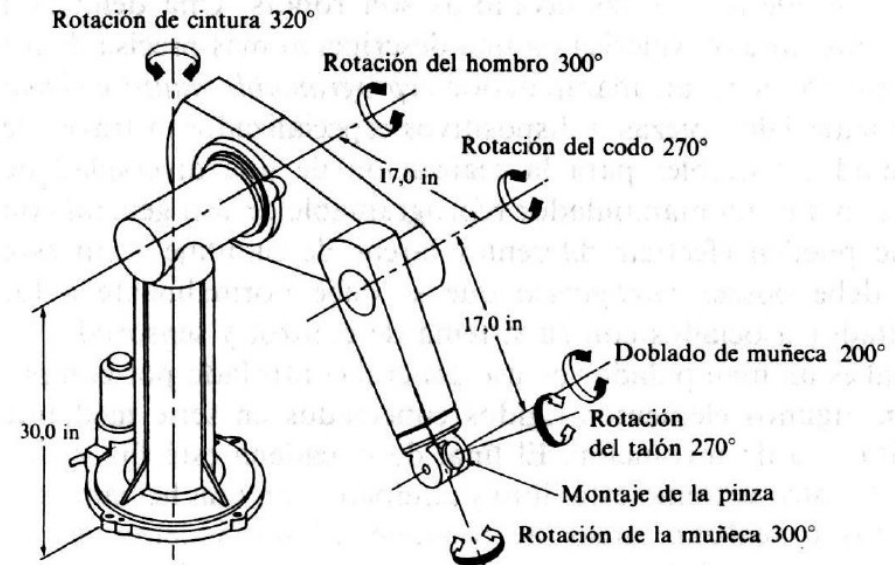
❹ Rotación alrededor del eje x_i un ángulo α_i

$${}^{i-1}A_i = T(z, \theta_i) T(0, 0, d_i) T(a_i, 0, 0) T(x, \alpha_i)$$

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Brazo manipulador PUMA 560



Algoritmo de Denavit-Hartenberg

- **D-H 1.-** Numerar los eslabones comenzando con 1 (primer eslabón móvil de la cadena) y acabando con n (último eslabón móvil). Se numerará como eslabón 0 a la base fija del robot.
- **D-H 2.-** Numerar cada articulación comenzando por 1 (la correspondiente al primer grado de libertad) y acabando en n
- **D-H 3.-** Localizar el eje de cada articulación. Si ésta es rotativa, el eje será su propio eje de giro. Si es prismática, será el eje a lo largo del cual se produce el desplazamiento.
- **D-H 4.-** Para i de 0 a n-1 situar el eje z_i sobre el eje de la articulación i+1.
- **D-H 5.-** Situar el origen del sistema de la base $\{S_0\}$ en cualquier punto del eje z_0 . Los ejes x_0 e y_0 se situarán de modo que formen un sistema dextrógiro con z_0
- **D-H 6.-** Para i de 1 a n-1, situar el sistema $\{S_i\}$ (solidario al eslabón i) en la intersección del eje z_i con la línea normal común a z_{i-1} y z_i . Si ambos ejes se cortasen se situaría $\{S_i\}$ en el punto de corte. Si fuesen paralelos $\{S_i\}$ se situaría en la articulación i+1
- **D-H 7.-** Situar x_i en la línea normal común a z_{i-1} y z_i
- **D-H 8.-** Situar y_i de modo que forme un sistema dextrógiro con x_i y z_i .
- **D-H 9.-** Situar el sistema $\{S_n\}$ en el extremo del robot de modo que z_n coincida con la dirección de z_{n-1} y x_n sea normal a z_{n-1} y z_n .
- **D-H 10.-** Obtener θ_i como el ángulo que hay que girar en torno a z_{i-1} para que x_{i-1} y x_i queden paralelos.
- **D-H 11.-** Obtener d_i como la distancia, medida a lo largo de z_{i-1} , que habría que desplazar $\{S_{i-1}\}$ para que x_i y x_{i-1} quedasen alineados.
- **DH 12.-** Obtener a_i como la distancia medida a lo largo de x_i (que ahora coincidiría con x_{i-1}) que habría que desplazar el nuevo $\{S_{i-1}\}$ para que su origen coincidiese con $\{S_i\}$.
- **DH 13.-** Obtener α_i como el ángulo que habría que girar entorno a x_i (que ahora coincidiría con x_{i-1}), para que el nuevo $\{S_{i-1}\}$ coincidiese totalmente con $\{S_i\}$.
- **DH 14.-** Obtener las matrices de transformación ${}^{i-1}A_i$
- **DH 15.-** Obtener la matriz de transformación entre la base y el extremo del robot $T = {}^0A_1 {}^1A_2 \dots {}^{n-1}A_n$.
- **DH 16.-** La matriz T define la orientación (submatriz de rotación) y posición (submatriz de traslación) del extremo referido a la base en función de las n coordenadas articulares

- Transformaciones básicas de paso de eslabón:

❶ Rotación alrededor del eje z_{i-1} un ángulo θ_i

❷ Traslación a lo largo de z_{i-1} una distancia d_i ; vector d_i (0,0, d_i)

❸ Traslación a lo largo de x_i una distancia a_i ; vector a_i (0,0, a_i)

❹ Rotación alrededor del eje x_i un ángulo α_i

$${}^{i-1}A_i = T(z, \theta_i) T(0, 0, d_i) T(a_i, 0, 0) T(x, \alpha_i)$$

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Algoritmo de Denavit-Hartenberg

- **D-H 1.-** Numerar los eslabones comenzando con 1 (primer eslabón móvil de la cadena) y acabando con n (último eslabón móvil). Se numerará como eslabón 0 a la base fija del robot.
- **D-H 2.-** Numerar cada articulación comenzando por 1 (la correspondiente al primer grado de libertad) y acabando en n
- **D-H 3.-** Localizar el eje de cada articulación. Si ésta es rotativa, el eje será su propio eje de giro. Si es prismática, será el eje a lo largo del cual se produce el desplazamiento.
- **D-H 4.-** Para i de 0 a n-1 situar el eje z_i sobre el eje de la articulación i+1.
- **D-H 5.-** Situar el origen del sistema de la base $\{S_0\}$ en cualquier punto del eje z_0 . Los ejes x_0 e y_0 se situarán de modo que formen un sistema dextrógiro con z_0
- **D-H 6.-** Para i de 1 a n-1, situar el sistema $\{S_i\}$ (solidario al eslabón i) en la intersección del eje z_i con la línea normal común a z_{i-1} y z_i . Si ambos ejes se cortasen se situaría $\{S_i\}$ en el punto de corte. Si fuesen paralelos $\{S_i\}$ se situaría en la articulación i+1
- **D-H 7.-** Situar x_i en la línea normal común a z_{i-1} y z_i
- **D-H 8.-** Situar y_i de modo que forme un sistema dextrógiro con x_i y z_i .
- **D-H 9.-** Situar el sistema $\{S_n\}$ en el extremo del robot de modo que z_n coincida con la dirección de z_{n-1} y x_n sea normal a z_{n-1} y z_n .
- **D-H 10.-** Obtener θ_i como el ángulo que hay que girar en torno a z_{i-1} para que x_{i-1} y x_i queden paralelos.
- **D-H 11.-** Obtener d_i como la distancia, medida a lo largo de z_{i-1} , que habría que desplazar $\{S_{i-1}\}$ para que x_i y x_{i-1} quedasen alineados.
- **DH 12.-** Obtener a_i como la distancia medida a lo largo de x_i (que ahora coincidiría con x_{i-1}) que habría que desplazar el nuevo $\{S_{i-1}\}$ para que su origen coincidiese con $\{S_i\}$.
- **DH 13.-** Obtener α_i como el ángulo que habría que girar entorno a x_i (que ahora coincidiría con x_{i-1}), para que el nuevo $\{S_{i-1}\}$ coincidiese totalmente con $\{S_i\}$.
- **DH 14.-** Obtener las matrices de transformación ${}^{i-1}A_i$
- **DH 15.-** Obtener la matriz de transformación entre la base y el extremo del robot $T = {}^0A_1 {}^1A_2 \dots {}^{n-1}A_n$.
- **DH 16.-** La matriz T define la orientación (submatriz de rotación) y posición (submatriz de traslación) del extremo referido a la base en función de las n coordenadas articulares

- Transformaciones básicas de paso de eslabón:

❶ Rotación alrededor del eje z_{i-1} un ángulo θ_i

❷ Traslación a lo largo de z_{i-1} una distancia d_i ; vector d_i (0,0, d_i)

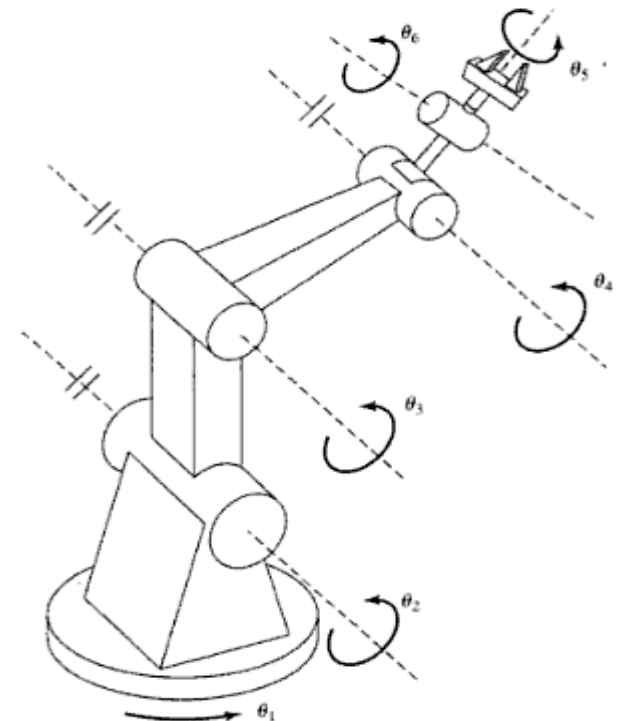
❸ Traslación a lo largo de x_i una distancia a_i ; vector a_i (0,0, a_i)

❹ Rotación alrededor del eje x_i un ángulo α_i

$${}^{i-1}A_i = T(z, \theta_i) T(0,0,d_i) T(a_i,0,0) T(x, \alpha_i)$$

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Algoritmo de Denavit-Hartenberg

- **D-H 1.-** Numerar los eslabones comenzando con 1 (primer eslabón móvil de la cadena) y acabando con n (último eslabón móvil). Se numerará como eslabón 0 a la base fija del robot.
- **D-H 2.-** Numerar cada articulación comenzando por 1 (la correspondiente al primer grado de libertad) y acabando en n
- **D-H 3.-** Localizar el eje de cada articulación. Si ésta es rotativa, el eje será su propio eje de giro. Si es prismática, será el eje a lo largo del cual se produce el desplazamiento.
- **D-H 4.-** Para i de 0 a n-1 situar el eje z_i sobre el eje de la articulación i+1.
- **D-H 5.-** Situar el origen del sistema de la base $\{S_0\}$ en cualquier punto del eje z_0 . Los ejes x_0 e y_0 se situarán de modo que formen un sistema dextrógiro con z_0
- **D-H 6.-** Para i de 1 a n-1, situar el sistema $\{S_i\}$ (solidario al eslabón i) en la intersección del eje z_i con la línea normal común a z_{i-1} y z_i . Si ambos ejes se cortasen se situaría $\{S_i\}$ en el punto de corte. Si fuesen paralelos $\{S_i\}$ se situaría en la articulación i+1
- **D-H 7.-** Situar x_i en la línea normal común a z_{i-1} y z_i
- **D-H 8.-** Situar y_i de modo que forme un sistema dextrógiro con x_i y z_i .
- **D-H 9.-** Situar el sistema $\{S_n\}$ en el extremo del robot de modo que z_n coincida con la dirección de z_{n-1} y x_n sea normal a z_{n-1} y z_n .
- **D-H 10.-** Obtener θ_i como el ángulo que hay que girar en torno a z_{i-1} para que x_{i-1} y x_i queden paralelos.
- **D-H 11.-** Obtener d_i como la distancia, medida a lo largo de z_{i-1} , que habría que desplazar $\{S_{i-1}\}$ para que x_i y x_{i-1} quedasen alineados.
- **DH 12.-** Obtener a_i como la distancia medida a lo largo de x_i (que ahora coincidiría con x_{i-1}) que habría que desplazar el nuevo $\{S_{i-1}\}$ para que su origen coincidiese con $\{S_i\}$.
- **DH 13.-** Obtener α_i como el ángulo que habría que girar entorno a x_i (que ahora coincidiría con x_{i-1}), para que el nuevo $\{S_{i-1}\}$ coincidiese totalmente con $\{S_i\}$.
- **DH 14.-** Obtener las matrices de transformación ${}^{i-1}A_i$
- **DH 15.-** Obtener la matriz de transformación entre la base y el extremo del robot $T = {}^0A_1 {}^1A_2 \dots {}^{n-1}A_n$.
- **DH 16.-** La matriz T define la orientación (submatriz de rotación) y posición (submatriz de traslación) del extremo referido a la base en función de las n coordenadas articulares

- Transformaciones básicas de paso de eslabón:

❶ Rotación alrededor del eje z_{i-1} un ángulo θ_i

❷ Traslación a lo largo de z_{i-1} una distancia d_i ; vector d_i (0,0, d_i)

❸ Traslación a lo largo de x_i una distancia a_i ; vector a_i (0,0, a_i)

❹ Rotación alrededor del eje x_i un ángulo α_i

$${}^{i-1}A_i = T(z, \theta_i) T(0,0,d_i) T(a_i,0,0) T(x, \alpha_i)$$

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Brazo manipulador Cincinnati Milacron T³

