

Robótica Industrial (curso 2010/11)

Alumno: _____ Grupo: _____

Examen 2.1
(29/4/2011)

1. Test - 70% (respuesta correcta: suma 1 pto., respuesta incorrecta: resta 1/2 pto.)

1. Dada la siguiente matriz:
$$\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) ☐ Es una matriz de rotación incorrecta
- b) ☐ Representa una rotación de 45 grados alrededor de los dos ejes; x,y
- c) ☐ Representa una rotación de -45 grados alrededor del eje z
- d) ☐ Es una matriz de transformación homogénea

2. Se tienen dos sistemas de coordenadas, uno fijo S_0 y otro móvil S_1 que inicialmente son coincidentes. Al sistema móvil se le aplican las siguientes transformaciones: rotación de un ángulo α alrededor de z_1 y traslación de una distancia d a lo largo de x_1 . La matriz de transformación T es:

a) <input type="checkbox"/> $\begin{pmatrix} C\alpha & 0 & 0 & d \\ 0 & C\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	b) <input type="checkbox"/> $\begin{pmatrix} C\alpha & -S\alpha & 0 & d.C\alpha \\ S\alpha & C\alpha & 0 & d.S\alpha \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
c) <input type="checkbox"/> $\begin{pmatrix} S\alpha & C\alpha & d \\ C\alpha & S\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	d) <input type="checkbox"/> Ninguna de las anteriores

(Nota: $S\alpha = \sin(\alpha)$, $C\alpha = \cos(\alpha)$)

3. Un robot de 6 GDL tiene, en un instante dado, la siguiente matriz de transformación referida al sistema S_0 situado en la base del robot: ${}^0T_6 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & \pi \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \pi/4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$${}^0T_6 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & \pi \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \pi/4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

¿Cuáles son la posición y orientación del elemento terminal referidas a S_0 ?

- a) ☐ Posición: $(\pi, 0, \pi/4)$, Orientación: En plano xy, rotado $\pi/2$ alrededor del eje z

- b) ☐ Posición: (0,0,1), Orientación: $(\pi, 0, \pi/4)$ (ángulos de Euler)
 c) ☐ Posición: (-1,1,1), Orientación: (1,0,0,0) (cuaternio)
 d) ☐ Posición: (-1,0,0), Orientación: Rotado $\pi/2$ alrededor del eje x

4. Dado un robot de 2 GDL, con dos articulaciones q_1 y q_2 rotacionales, y dos eslabones de longitudes l_1 y l_2 . Las dos articulaciones se mueven en el plano xy. La articulación q_1 está situada en el origen. Las coordenadas del extremo final son (x,y,0) ¿Qué ecuaciones determinan su cinemática directa?

- a) ☐ $\dot{x} = (-l_1 \sin(q_1) - l_2 \sin(q_1 + q_2)) \dot{q}_1 - l_2 \sin(q_1 + q_2) \dot{q}_2$
 $\dot{y} = (l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2)) \dot{q}_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) \dot{q}_2$
 b) ☐ $q_2 = \arccos\left(\frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2}\right); q_1 = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \arctan\left(\frac{l_2 \sin(q_2)}{l_1 + l_2 \cos(q_2)}\right)$
 c) ☐ $x = l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2); y = l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2)$
 d) ☐ Todas las anteriores

5. La matriz Jacobiana de un robot de 2 GDL, en un instante, es J. Si sabemos que el extremo del robot se mueve con velocidades lineales $\dot{x}=1$, $\dot{y}=0$, Las velocidades angulares de las articulaciones se calculan con la ecuación:

- a) ☐ $J \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ c) ☐ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} J^{-1}$
 b) ☐ $J^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ d) ☐ $J^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. Se tiene un robot de 2 GDL similar al de la cuestión 4. Los puntos singulares del robot se alcanzan:

- a) ☐ Siempre que $q_1 = q_2$
 b) ☐ Cuando los dos eslabones 1 y 2 están alineados
 c) ☐ $q_2 = \pi/2$
 d) ☐ Este robot no tiene puntos singulares

7. Un robot sigue una trayectoria coordinada cuando:

- a) ☐ Todas las articulaciones se mueven simultáneamente y a la misma velocidad
 b) ☐ Las articulaciones se coordinan para que primero se muevan las que más par tienen que generar
 c) ☐ Las articulaciones se coordinan para moverse secuencialmente, de forma que sólo hay una activa en cada momento
 d) ☐ Todas las articulaciones se coordinan comenzando y acabando su movimiento a la vez, adaptándose todas a la más lenta

2. Problema- 30%

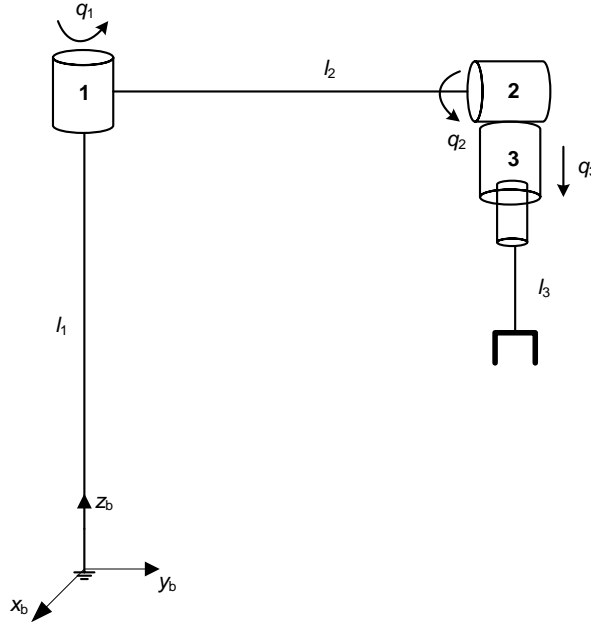
El brazo manipulador de la figura tiene las siguientes características:

$$l_1=90 \text{ cm}$$

$$l_2=60 \text{ cm}$$

$$l_3=10 \text{ cm}$$

Las articulaciones 1 y 2 proporcionan un movimiento rotatorio alrededor de su eje y la articulación 3 es prismática.



1. Situar los sistemas de coordenadas de cada eslabón según el algoritmo de Denavit-Hartenberg, considerando el robot en la posición inicial señalada en la figura. Tomar como sentido positivo el indicado en la figura.
2. Obtener la tabla más simple de los parámetros de Denavit-Hartenberg del robot.
3. ¿Cuál de esas matrices es una posible matriz de transformación homogénea que relaciona posición y orientación de la pinza con respecto a la base del robot? Justificar la elección.

$$\mathbf{T}_A = \begin{bmatrix} -\sin(q_1) & \cos(q_1)\cos(q_2) & -\cos(q_1)\sin(q_2) & -l_2\sin(q_1) - (l_3 + q_3)\cos(q_1)\sin(q_2) \\ \cos(q_1) & \sin(q_1)\cos(q_2) & -\sin(q_1)\sin(q_2) & l_2\cos(q_1) - (l_3 + q_3)\sin(q_1)\sin(q_2) \\ 0 & -\sin(q_2) & -\cos(q_2) & l_1 - (l_3 + q_3)\cos(q_2) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_B = \begin{bmatrix} -\sin(q_2) & \cos(q_1)\cos(q_1 - q_2) & -\cos(q_1)\sin(q_1 - q_2) & -l_3\cos(q_1)\sin(q_2) \\ \cos(q_2) & \sin(q_1)\cos(q_1 - q_2) & -\sin(q_1)\sin(q_1 - q_2) & l_2\cos(q_1) - l_3\sin(q_1)\sin(q_2) \\ 0 & -\sin(q_2) & -\cos(q_2) & l_3\cos(q_2) \\ \cos(q_1) & \sin(q_1) & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_C = \begin{bmatrix} -\frac{\sin(q_1)}{l_1} & \frac{\cos(q_1)\cos(q_2)}{l_1 l_2} & -\frac{\cos(q_1)\sin(q_2)}{l_1 l_2} & -l_3 \cos(q_1)\sin(q_2) \\ \frac{\cos(q_1)}{l_1} & \frac{\sin(q_1)\cos(q_2)}{l_1 l_2} & -\frac{\sin(q_1)\sin(q_2)}{l_1 l_2} & l_2 \cos(q_1) - l_3 \sin(q_1)\sin(q_2) \\ 0 & -\frac{\sin(q_2)}{l_2} & -\frac{\cos(q_2)}{l_2} & l_3 \cos(q_2 + q_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Utilizando la matriz homogénea elegida en el apartado anterior, hallar la matriz Jacobiana de posición.